

Theoretische Informatik II - Übung 1

Sommersemester 2024

Hinweis: Abgaben bezüglich einer Prüfungsvorleistung sind im Modul Theoretische Informatik II nicht notwendig. Bei Fragen wenden Sie sich bitte per Mail an *simon.schulze@s2021.tu-chemnitz.de*.

Aufgabe 1

Bauen Sie folgende Gates aus And-, Or- und Not-Gates zusammen:

- Ein XOR-Gate $x \oplus y$. Es gibt 1 aus, wenn *genau einer* der beiden Inputs 1 ist.
- Ein Majority-Gate $Maj_3(x, y, z)$. Es gibt 1 aus, wenn *mindestens zwei* seiner drei Inputs 1 sind.
- Ein n -faches XOR-Gate $\oplus(x_1, \dots, x_n)$. Es gibt 1 aus, wenn eine *ungerade* Anzahl von Inputs 1 ist.
- Ein n -faches Majority-Gate $Maj_n(x_1, \dots, x_n)$, welches 1 ausgibt, wenn mehr als $\frac{n}{2}$ der Inputs 1 sind. Versuchen Sie, die Konstruktion so kompakt wie möglich zu halten.

Aufgabe 2

Geben Sie für den zu folgender aussagenlogischen Formel gehörenden Schaltkreis

- die Größe,
- die Tiefe,
- den maximalen Fan-in

an.

$$f = (x \vee y \vee \bar{z}) \wedge (x \vee \bar{y} \vee z) \wedge (\bar{x} \vee y \vee \bar{z})$$

In welcher Normalform befindet sich diese Formel?

Aufgabe 3

Gegeben sei folgende Wahrheitstabelle.

x	y	z	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Konstruieren Sie mit Hilfe des rekursiven Verfahrens einen if-then-else Schaltkreis.

Aufgabe 4

Gegeben sei folgende Wahrheitstabelle.

u	x	y	z	f
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

- a) Nutzen Sie das rekursive Verfahren, um einen if-then-else-Schaltkreis zu konstruieren.
- b) Nutzen Sie das iterative Verfahren, um eine (erfüllbarkeits)-äquivalente Funktion in DNF zu bauen.
- c) Nutzen Sie das iterative Verfahren, um eine (erfüllbarkeits)-äquivalente Funktion in CNF zu bauen.

Aufgabe 5

Gegeben sei folgende aussagenlogische Funktion.

$$f = (\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge \bar{z}) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z)$$

Minimieren Sie diese Funktion, indem Sie jeweils Paare von Termen zu einem kürzeren zusammenfassen.

Aufgabe 6

Zeigen Sie, dass es zu jeder booleschen Funktion $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$ eine äquivalente DNF-Formel mit maximal 2^{n-1} Termen gibt.