

# Theoretische Informatik II - Übung 2

Sommersemester 2024

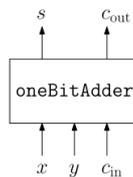
**Hinweis:** Abgaben bezüglich einer Prüfungsvorleistung sind im Modul Theoretische Informatik II nicht notwendig. Bei Fragen wenden Sie sich bitte per Mail an *simon.schulze@s2021.tu-chemnitz.de*.

## Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass jede DNF-Formel für die boolesche Funktion  $x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n$  genau  $2^{n-1}$  Terme besitzen muss.

## Aufgabe 2

Entwerfen Sie einen Schaltkreis *oneBitAdder* :  $\{0, 1\}^3 \rightarrow \{0, 1\}^2$  für folgende Funktionalität:



Versuchen Sie, so wenig Gates wie möglich zu verwenden. Entscheiden Sie sich im Voraus, ob Sie beliebigen Fan-in erlauben wollen oder auf Fan-in 2 bestehen.

## Aufgabe 3

Sei  $n = 2k + 1, k \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie, dass *Maj<sub>n</sub>* für genau die Hälfte der  $2^n$  Eingaben eine 1 und für die andere Hälfte eine 0 ausgibt.

## Aufgabe 4

Welche der booleschen Funktionen  $\vee, \wedge, \neg, \oplus, Maj$  sind monoton? Zeichnen Sie die dazugehörigen Hasse-Diagramme. Schreiben Sie zusätzlich alle anderen booleschen Funktionen auf zwei Variablen auf. Geben Sie deren Namen an und bestimmen Sie, welche davon monoton sind und welche nicht.

## Aufgabe 5

Welche der folgenden Intervalle sind Binärintervalle? Geben Sie zusätzlich die Sternchennotation an, falls es sich um ein Binärintervall handelt.

- a)  $[2, 5]$ ,
- b)  $[3, 7]$ ,
- c)  $[8, 11]$ ,
- d)  $[0, 7]$ ,
- e)  $[0, 15]$ .

## Aufgabe 6

Sei  $n = 2^d$ . Wie viele Binärintervalle gibt es in  $\{0, \dots, n - 1\}$ ?

## Aufgabe 7

a) Bauen Sie einen Schaltkreis für die boolesche Funktion „less than“:

$$LT : \{0, 1\}^n \times \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$$
$$LT(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } (\mathbf{x})_2 < (\mathbf{y})_2, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

der  $\mathbf{x}$  und  $\mathbf{y}$  als  $n$ -stellige Binärzahlen auffasst und ausgibt, ob die Erste kleiner als die Zweite ist.

b) Bauen Sie Ihren Schaltkreis so um, dass dieser Größe  $O(n)$ , Tiefe  $O(\log_2 n)$  und Fan-in 2 hat.