

Theoretische Informatik II - Übung 3

Sommersemester 2024

Hinweis: Abgaben bezüglich einer Prüfungsvorleistung sind im Modul Theoretische Informatik II nicht notwendig. Bei Fragen wenden Sie sich bitte per Mail an simon.schulze@s2021.tu-chemnitz.de.

Aufgabe 1

Welche Beweismethoden kennen Sie? Beweisen Sie jeweils die folgenden Aussagen durch eine geeignete Beweismethode.

- a) $\sqrt{2}$ ist irrational.
- b) $\sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1$.
- c) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$.

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass es zu jeder *monotonen* booleschen Funktion $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$ einen *monotonen* Schaltkreis (also ohne not-Gates) gibt, der f berechnet.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass es boolesche Funktionen f gibt, die keine Schaltkreise kleiner als $\Omega\left(\frac{2^n}{n}\right)$ haben.

Was würde passieren, wenn wir weitere Gates (beispielsweise \oplus) als atomar zulassen?

Aufgabe 4

Formal gesehen ist die Färbbarkeit von Graphen eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ über einem Alphabet Σ , dass uns erlaubt, Graphen zu codieren. Wie können wir L als boolesche Funktion darstellen?

Aufgabe 5

Stellen Sie folgende boolesche Funktionen als \mathbb{F}_2 -Polynom dar: \vee , \wedge , \neg , \oplus und $Maj_3(x, y, z)$.

Aufgabe 6

Zeigen Sie, dass sich jede boolesche Funktion f als \mathbb{F}_2 -Polynom schreiben lässt.

Aufgabe 7

Zeigen Sie, dass sich jede Funktion $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$ *eindeutig* als multilineares \mathbb{F}_2 -Polynom schreiben lässt. In anderen Worten: wenn p und q zwei verschiedene multilineare Polynome sind, dann berechnen sie verschiedene Funktionen.