Technische Universität Chemnitz
Dr. F. Göring

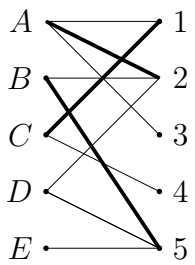
Chemnitz, 15. Dezember 2004
fällig: 7. Januar 2005

Einführung in die Diskrete Mathematik
Übung 10

1. Sei B die Inzidenzmatrix von $G = (V, E)$, aufgefasst als Matrix über dem Körper $\{0, 1\}$ (Addition: $0 = 0+0 = 1+1$, $1 = 0+1 = 1+0$; Multiplikation: $0 = 0 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 1 \cdot 0$, $1 = 1 \cdot 1$). Zeige, dass $A \subset E$ genau dann unabhängig im graphischen Matroid ist, wenn die entsprechenden Spalten linear unabhängig sind (für jede nichtleere Teilmenge ist die Summe der Spalten nicht gleich der Nullspalte).

2. Gib für folgenden bipartiten Graphen bezüglich des fett gezeichneten Anfangsmatchings X die zwei nächsten Hilfsgraphen D_X entsprechend der zwei nächsten Iteration des Matroidschnitt-Algorithmus von Edmonds an. Dabei entspreche Matroid 1 der Seite A-E, und Matroid 2 der Seite 1-5. Bestimme R.

   Hinweis: Eine Teilmenge der Kanten ist unabhängig in einem der Matroide, wenn kein Knoten der entsprechenden Seite mit mehreren Kanten inzidiert.



3. Gib für folgenden bipartiten Graphen auf 7+7 Knoten, der durch seine Adjazenzmatrix gegeben ist, ein Matching maximaler Kardinalität an und weise unabhängig dessen Optimalität nach.

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	0	1	0	1	0
2	0	1	1	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	1	0
4	0	1	1	0	0	1	0
5	1	0	1	1	1	0	1
6	0	0	1	0	0	1	0
7	0	1	0	0	1	0	1

4. Wie können kürzeste Wege Algorithmen für gerichtete Graphen auch für ungerichtete Graphen mit nichtnegativen Kantengewichten eingesetzt werden? Geht das auch bei beliebigen Gewichten?

5. Bestimme die kürzesten Wege von 1 nach allen i im folgenden gerichteten Graphen, gegeben durch seine Gewichtsmatrix. Dabei bedeuten fehlende Einträge, dass diese Kanten nicht vorhanden sind:

	1	2	3	4	5	6	7
1			4	10	3		
2			1	3	2	11	
3		9		8	3	2	1
4		4	5		8	6	3
5	1		1	2		3	1
6		1	1	3	2		
7	2	4	3			2	