Prof. Andreas Goerdt
Frank Schädlich

TU Chemnitz
Sommersemester 2003

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Algorithmen
1. Übung

1. Aufgabe

Unter welchen Voraussetzungen ist $\mathcal{W} = (\Omega, \mathfrak{A} = \mathcal{P}(\Omega), \mathrm{Prob})$ ein endlicher Wahrscheinlichkeitsraum?

2. Aufgabe

Es seien X und Y zwei unabhängige diskrete Zufallsvariablen. Zeigen Sie

(a) $\mathrm{E}[XY] = \mathrm{E}[X] \cdot \mathrm{E}[Y]$

(b) $\mathrm{V}[X+Y] = \mathrm{V}[X] + \mathrm{V}[Y]$.

3. Aufgabe

Es sei F eine aussagenlogische Formel in 3-KNF, z. B. $F = (a \vee b \vee \overline{c}) \wedge (\overline{a} \vee d \vee e) \wedge \ldots$ Die Formel besteht aus n Variablen und m Klauseln. In einer Klauseln kommt eine Variable bzw. ein Literal nicht doppelt vor. Die Variablen werden nun unabhängig voneinander mit der Wahrscheinlichtkeit $p = 1/2$ auf wahr bzw. mit der Wahrscheinlichkeit $(1-p) = 1/2$ auf falsch gesetzt. Berechnen Sie die erwartete Anzahl an Klauseln, die erfüllt sind.

4. Aufgabe

Es sei $G = (V, E)$ ein zufälliger Graph mit der Kantenwahrscheinlichkeit p. Wie groß muß p sein, damit G mit hoher Wahrscheinlichkeit keine unabhängige Menge der Größe 4 enthält?

5. Aufgabe

Zeigen Sie folgende Aussage: Jeder Graph $G = (V, E)$ mit $|E| = e$ Kanten enthält einen bipartiten Subgraphen $G' = (V, E')$, der mindestens $e/2$ viele Kanten enthält, es gilt also $|E'| \geq e/2$.