Prof. Andreas Goerdt
Frank Schädlich

TU Chemnitz
Sommersemester 2003

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Algorithmen
7. Übung / Konsultation

1. Aufgabe

Es sei

$$V(n,r) = \sum_{i=0}^{r} \binom{n}{i}$$

mit $n, r \in \mathbb{N}$. Es sei weiter $\rho = r/n$. Zeigen Sie für $0 < \rho \leq 1/2$

$$\frac{1}{\sqrt{8n\rho(1-\rho)}} \cdot 2^{h(\rho)n} \leq V(n,r) \leq 2^{h(\rho)n} \ .$$

Dabei ist

$$h(\rho) = -\rho \log_2 \rho - (1-\rho)\log_2(1-\rho)$$

die binäre Entropiefunktion.

Verwenden Sie die Stirlingsche Formel in geeigneter Form.

2. Aufgabe

Betrachten Sie folgende Variante eines einfachen Backtracking-Algorithmus zum Lösen des Erfüllbarkeitsproblems SAT: Die Eingabe ist eine 3-SAT-Formel F. Für eine Klausel der Form $(l_1 \vee l_2 \vee l_3)$ bearbeitet der Algorithmus die drei Fälle

1. $l_1 = 1$
2. $l_1 = 0$ und $l_2 = 1$
3. $l_1 = 0$, $l_2 = 0$ und $l_3 = 1$.

Für Klauseln der Form $(l_1 \vee l_2)$ werden nur 1. und 2. betrachtet. Treten Klauseln der Form (l) auf, so wird $l = 1$ gesetzt.

(a) Zeigen Sie, daß der Algorihmus korrekt ist.

(b) Zeigen Sie, daß eine Konstante $c < 2$ existiert, so daß die Laufzeit $O(c^n)$ beträgt.