Prof. Dr. A. Goerdt

TU Chemnitz
Sommersemester 2006
27.04.2006

Theorie der Programmiersprachen

1. Übung

1. Aufgabe:

   Geben Sie eine dreielementige Formelmenge M an, so daß jede zweielementige Teilmenge von M erfüllbar ist, M selbst jedoch nicht.

2. Aufgabe:

   Ist folgende unendliche Formelmenge M erfüllbar?

   $$M = \{A_1 \vee A_2, \neg A_2 \vee \neg A_3, A_3 \vee A_4, \neg A_4 \vee \neg A_5, \ldots\}$$

3. Aufgabe:

   Sei $(F \rightarrow G)$ eine Tautologie, wobei F und G keine gemeinsamen atomaren Formeln haben. Man zeige dann ist entweder F unerfüllbar oder G eine Tautologie oder beides.

4. Aufgabe: (Craigscher Interpolationssatz)

   Es gelte $\models (F \rightarrow G)$ und es gibt mindestens eine atomare Formel, die sowohl in F als auch in G vorkommt. Man beweise, daß es eine Formel H gibt, die nur aus atomaren Formeln aufgebaut ist, die sowohl in F als auch in G vorkommen, mit $\models (F \rightarrow H)$ und $\models (H \rightarrow G)$.

   Hinweis: Induktion über die Anzahl der atomaren Formeln, die in F, aber nicht in G vorkommen.

   Andere Möglichkeit: Konstruieren einer Wahrheitstafel für H anhand der Wahrheitstafeln von F und G.

5. Aufgabe:

   Übersetzen Sie folgende aussagenlogische Formel in eine erfüllbarkeitsäquivalente 3-KNF.

   $$(x \vee \neg y) \Longleftrightarrow (y \wedge z)$$

6. Aufgabe:

   Sei L eine beliebige unendliche Menge von natürlichen Zahlen, dargestellt als Binärzahlen. Beweisen Sie, daß es eine unendliche Folge $w_1, w_2, w_3, \ldots$ von paarweise verschiedenen Binärzahlen gibt, so daß w_i Anfangsstück von w_{i+1} und von mindestens einem Element aus L ist $(i = 1, 2, 3, \ldots)$.