Prof. Dr. A. Goerdt
S. Schüler

TU Chemnitz
Sommersemester 2006
16.05.2006

Theorie der Programmiersprachen

3. Übung

1. Aufgabe:

   Man formuliere die Definition der stetigen Funktion in Prädikatenlogik!

2. Aufgabe:

   Ein *Keller* (engl. stack) ist eine aus der Informatik bekannte abstrakte Datenstruktur, für die bestimmte Prädikate und Funktionen (oder Operationen) definiert sind. So ist *IsEmpty* eine einstelliges Prädikat und *nullstack* eine Konstante. Ferner sind *top* und *pop* einstellige Funktionen und *push* eine zweistellige Funktion. Man „axiomatisiere" diese Operationen, die auf einem Keller erlaubt sind, in solcher Weise durch eine Formel mit Idendität, dass jedes Modell dieser Formel ein (abstrakter) Keller ist.

   Hinweis: ein Bestandteil der Formel könnte z. B.

   $$\forall x \exists y\, (top\, (push\, (x, y)) = x)$$

   sein.

3. Aufgabe:

   Man zeige, dass $F = (\exists x P(x) \rightarrow P(y))$ äquivalent ist zu $G = \forall x\, (P(x) \rightarrow P(y))$.

4. Aufgabe:

   Man beweise, dass $\forall x \exists y P(x, y)$ eine Folgerung von $\exists y \forall x P(x, y)$ ist, aber nicht umgekehrt.

5. Aufgabe:

   Formen Sie die Formel

   $$F = (\forall x \exists y P\, (x, g\, (y, f(x))) \vee \neg Q(z)) \vee \neg \forall x R\, (x, y)$$

   um in bereinigte Pränexform.

6. Aufgabe:

   Man wende die Umformungsschritte:

   - Bereinigen,
   - Pränexform und
   - Skolemform

   auf die Formel

   $$F = \forall z \exists y \left(P\left(x, g\left(y\right), z\right) \vee \neg \forall x Q(x) \right) \wedge \neg \forall z \exists x \neg R\left(f(x,z), z\right)$$

   an!

Zusatz:

1. Aufgabe:

   Formulieren Sie das Pumping-Lemma (für reguläre Sprachen) mit prädikatenlogischen Aussagen!

2. Aufgabe:

   Man gebe die Skolemform der Formel

   $$\forall x \exists y \forall z \exists w \left(\neg P(a, w) \vee Q\left(f(x), y\right) \right)$$

   an.