Prof. Dr. A. Goerdt
S. Schüler

TU Chemnitz
Sommersemester 2006
12. Juni 2006

Theorie der Programmiersprachen

5. Übung

1. Aufgabe:

   Man zeige, dass das Gültigkeitsproblem (und damit auch das Erfüllbarkeitsproblem) der Prädikatenlogik bereits für Formeln ohne Funktionssymbole unentscheidbar ist.

2. Aufgabe:

   Man zeige, dass das folgende Variante des Postschen Korrespondenzproblemes entscheidbar ist.

   > *gegeben*: Eine endliche Folge von Wortpaaren $(x_1, y_1), \ldots, (x_k, y_k)$,
   > wobei $x_i,\ y_i \in \{0,1\}^+$.
   >
   > *gefragt*: Gibt es Folgen von Indizes $i_1, i_2, \ldots, i_n,\ n \geq 1$,
   > und $j_1, j_2, \ldots, i_m,\ m \geq 1$ mit $x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_n} = y_{j_1}, y_{j_2}, \ldots, y_{j_m}$?

3. Aufgabe:

   In der *monadischen* Prädikatenlogik dürfen die Formeln keine Funktionssymbole enthalten und alle Prädikate müssen einstellig (monadisch) sein.

   Man zeige: Falls eine Aussage F der monadischen Prädikatenlogik mit den einstelligen Prädikatensymbolen $P_1, \ldots, P_n$ erfüllbar ist, dann gibt es bereits ein Modell für F der Mächtigkeit 2^n. Hieraus folgere man, dass Erfüllbarkeits- (und Gültigkeits-) problem für Formeln der monadischen Prädikatenlogik entscheidbar ist!

   Hinweis: Man zeige, dass der Grundbereich eines jeden Modells $\mathcal{A}$ für F in 2^n Äquivalenzklassen unterteilt werden kann. Die Äquivalenz zweier Elemente $u, v \in U_{\mathcal{A}}$ ergibt sich aus ihrem gleichartigen Verhalten bzgl. $P_1^{\mathcal{A}}, \ldots, P_n^{\mathcal{A}}$. Sodann kann man ein neues Modell $\mathcal{B}$ für F definieren, wobei die Elemente von $U_{\mathcal{B}}$ gerade diese Äquivalenzklassen sind.

4. Aufgabe:

   Man zeige, dass das folgendes Problem unentscheidbar ist.

   > *gegeben*: Die Beschreibung eines Algorithmus' A.
   >
   > *gefragt*: Stoppt A nach endlicher Zeit, wenn A auf seiner eigenen Beschreibung als Eingabe gestartet wird?

5. Aufgabe:

   Man gebe eine Herbrand-Struktur für die Formel $F = \forall x \forall y \forall z P\left(x, f\left(y\right), g\left(z, x\right)\right)$ an, die ein Modell F ist.