Prof. Dr. A. Goerdt
S. Schüler

TU Chemnitz
Sommersemester 2006
5. Juli 2006

Theorie der Programmiersprachen

8. Übung

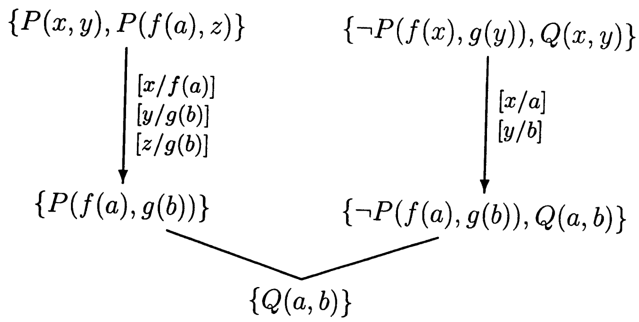
1. Aufgabe:

   Geben Sie (bis auf Variablenumbenennungen) alle Resolventen der beiden Klauseln K_1 und K_2 an.

$$K_1 = \{\neg P(x,y), \neg P(f(a), g(u,b)), Q(x,u)\}$$
$$K_2 = \{P(f(x), g(a,b)), \neg Q(f(a), b), \neg Q(a,b)\}$$

2. Aufgabe:

   Gegeben sei folgende Grundresolution



   Vollziehen Sie im Beweis des Lifting-Lemmas nach, welche prädikatenlogische Resolution hieraus entsteht.

3. Aufgabe:

   Bei endlichen aussagenlogischen Klauselmengen F ist $Res^*(F)$ immer eine endliche Menge. Man gebe eine endliche prädikatenlogische Klauselmenge F an, so dass für alle n gilt:

$$Res^n(F) \neq Res^*(F).$$

4. Aufgabe:

   Wir betrachten den mathematischen Begriff der Gruppe mit einer zweistelligen Operation $\circ$. Mit dem Prädikat $P(x,y,z)$ drücken wir aus, dass $x \circ y = z$ gilt. Dann können die Gruppenaxiome durch folgende prädikatenlogische Formel dargestellt werden:

1. $\forall x \forall y \exists z P(x, y, z)$
   (Abgeschlossenheit)
2. $\forall u \forall v \forall w \forall x \forall y \forall z \, ((P(x, y, u) \wedge P(y, z, v)) \rightarrow (P(x, v, w) \leftrightarrow P(u, z, w)))$
   (Assoziativität)
3. $\exists x \, (\forall y P(x, y, y) \wedge \forall y \exists z P(z, y, x))$
   (Existenz eines links-neutralen Elementes und Existenz von Links-Inversen)

Aus den oben prädikatenlogisch formulierten Gruppenaxiomen folgere man mittels Resolutionskalkül:

(a) Es gibt ein rechts-neutrales Element.

(b) Falls G eine abelsche Grupppe ist (d. h. es gilt zusätzlich das Kommutativgesetz), dann gilt für alle x, y in G, dass $x \circ y \circ x^{-1} = y$.