

# Theorie der Programmiersprachen

## 9. Übung

### 1. Aufgabe:

In der 6. Übung haben wir mittels Resolution gezeigt, dass die prädikatenlogische Formel  $\forall x (((P(f(x)) \rightarrow P(x)) \wedge P(f(f(a)))) \wedge \neg P(a))$  unerfüllbar ist.

Man beachte, dass eine unerfüllbare Formel  $F$  kein Modell besitzt, d. h. unter jeder zu  $F$  passenden Struktur  $\mathcal{A}$  gilt:  $\mathcal{A}(F) = 0$ .

Konstruieren Sie zu obiger Formel zwei beliebige passende Strukturen, anhand derer Sie die Unerfüllbarkeit nachvollziehen. Wenden Sie das Resolutionsverfahren ausgehend von der leeren Klausel rückwärts an.

### 2. Aufgabe:

Definieren Sie für die Formalisierung der folgenden Aussagen geeignete Prädikate und gegebenenfalls Funktionen. Formen Sie die drei Aussagen anschließend in prädikatenlogische Formeln um.

- A Es gibt Patienten, die mögen alle Ärzte.
- B Kein Patient mag Quacksalber.
- C Ein Arzt ist kein Quacksalber.

Man beweise mittels der Verfahren der P-Resolution und der N-Resolution, dass C eine Folgerung der beiden vorangegangenen Aussagen ist.

### 3. Aufgabe:

Sei  $F$  diejenige unerfüllbare Klauselmengemenge mit den Atomformeln  $A_1, \dots, A_n$ , die alle  $m = 2^n$  Klauseln der Form  $\{B_1, B_2, \dots, B_n\}$  mit  $B_i \in \{A_i, \neg A_i\}$  enthält. Die übliche Resolutionsherleitung der leeren Klausel aus  $F$  enthält  $m - 1$  Resolutionsschritte. Man ermittle aus dem Vollständigkeitsbeweis der P-Resolution die Rekursionsgleichung für die Länge der konstruierten Resolutionsherleitung bei Anwendung des Verfahrens der P-Resolution. Lösen Sie die Rekursionsgleichung und vergleichen Sie diese mit der Verfahrenslänge  $m - 1$  des herkömmlichen Verfahrens.