Prof. Dr. A. Goerdt
A. Lanka

TU Chemnitz
Sommersemester 2006
17.05.2006

Theoretische Informatik II

7. Übung

1. Aufgabe:

   Geben Sie einen PDA für die Sprache $L = \{a^n b^n c : n \geq 0\}$ an.

2. Aufgabe:

   Betrachten Sie die Grammatik G, wie in „Theoretische Informatik – kurzgefaßt“ zur Äquivalenz von PDA und kontextfreier Grammatik.

   Zeigen Sie:

   a) Wenn es in G eine Linksableitung der Form
   $$S \Rightarrow^* a_1 \ldots a_k(z_1, A_1, z_2)(z_2, A_2, z_3) \ldots (z_l, A_l, z_{l+1}) \qquad k, l \geq 0$$
   gibt, dann existiert im PDA für jedes $\omega \in \Sigma^*$ eine Rechnung der Art
   $$(z_0, a_1 \ldots a_k\omega, \#) \vdash^* (z_1, \omega, A_1 A_2 \ldots A_l).$$

   b) Wenn im PDA die Rechnung
   $$(z_0, a_1 \ldots a_k\omega, \#) \vdash^* (z_1, \omega, A_1 A_2 \ldots A_l) \qquad k, l \geq 0$$
   möglich ist, dann existiert die Ableitung
   $$S \Rightarrow^* a_1 \ldots a_k(z_1, A_1, z_2)(z_2, A_2, z_3) \ldots (z_l, A_l, z_{l+1})$$
   für alle z_i ($i \geq 2$).

   Folgern Sie aus $a)$ und $b)$, daß der PDA genau $L(G)$ erkennt.

3. Aufgabe:

   Seien L_1 und L_2 Teilmengen einer Gesamtmenge U, auf die sich das Komplement bezieht. Zeigen Sie, daß $L_1 \cap L_2 = \overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}}$ gilt.

4. Aufgabe:

   Zeigen Sie, daß

   a) die kontextfreien Sprachen nicht unter Schnitt abgeschlossen sind.
   b) die deterministisch kontextfreien Sprachen nicht unter Schnitt abgeschlossen sind.
   c) es eine kontextfreie Sprache gibt, deren Komplement nicht kontextfrei ist.
   d) L genau dann kontextfrei ist, wenn $L^R = \{\omega^R : \omega \in L\}$ kontextfrei ist.