Prof. Dr. A. Goerdt
L. Falke

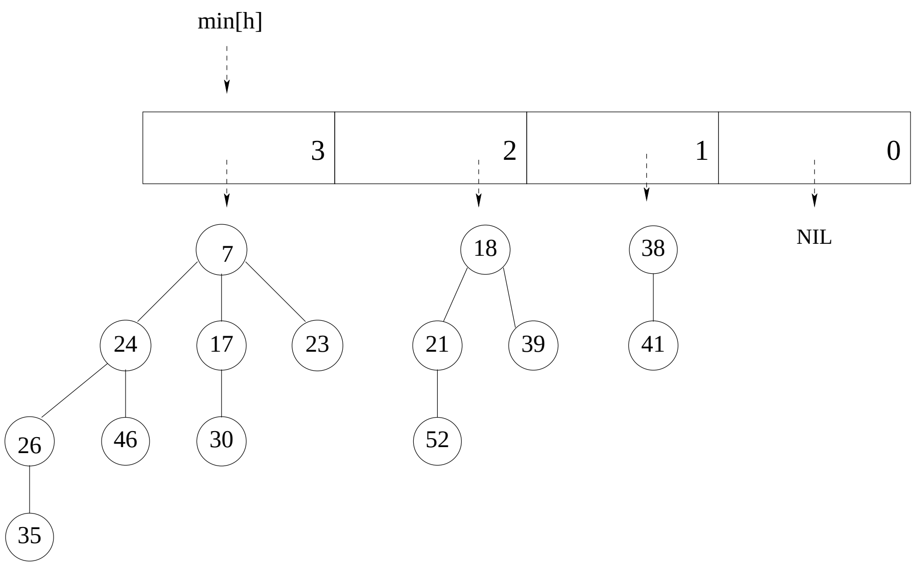
TU CHEMNITZ
Sommersemester 2011
19.04.2011

Effiziente Algorithmen / Theoretische Informatik III

2. Übung

1. Aufgabe: Führen Sie eine amortisierte Analyse für die Addition von n Einsen (beginnend mit 0) in der Ternärdarstellung durch. Wie lange kann eine einzelne Addition dauern?

2. Aufgabe: Führen Sie DeleteMin(h) auf folgendem binomialen Heap h aus:



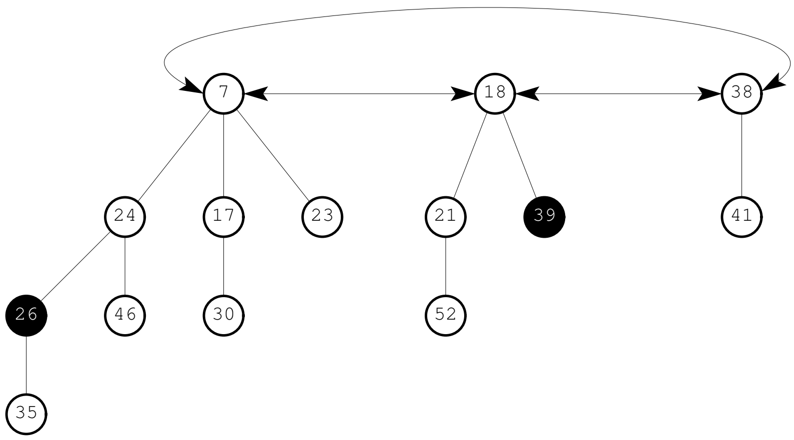
3. Aufgabe: Wir betrachten eine Folge $\sigma = \{\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_n\}$ von Operationen auf einem anfangs leeren binomialen Heap mit „lazy“ meld.
Dabei bestehe σ aus

- n_1-mal $Insert$
- n_2-mal $DeleteMin$ und
- n_3-mal $Minimum$

in einer beliebigen Reihenfolge. Beweisen Sie, daß σ einen Zeitaufwand von $O(n_1 + n_2 \cdot \log n_1 + n_3) = O(n \log n)$ mit $n = n_1 + n_2 + n_3$ besitzt.

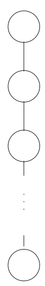
4. Aufgabe: Sei F_i die Folge der Fibonaccizahlen. Also $F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$ mit $F_0 = 0$ und $F_1 = 1$. Sei weiterhin $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ der Wert des goldenen Schnittes.
Zeigen Sie $F_i \geq \varphi^{i-2}$ für alle $i > 0$.

5. Aufgabe: Führen Sie DeleteMin(h) auf folgendem Fibonacci-Heap h aus:



6. Aufgabe:

(a) Geben Sie für jedes $n > 0$ eine Folge von Operationen für den Fibonacci-Heap an, so dass ein Baum der Art



mit n Knoten entsteht.

(b) Zeigen Sie, dass die Operationen DeleteMin(h), Cut(i, h), DecreaseKey(i, j, h) im Fibonacci-Heap h mit n Knoten eine im `worst-case`-Laufzeit von $\Theta(n)$ haben.