

## Effiziente Algorithmen / Theoretische Informatik III

### 4. Übung

**1. Aufgabe:** Wir untersuchen, wie sich der Splaybaum auf dem Anfangsbeispiel der Vorlesung verhält:

Fügen Sie die Elemente  $n, n - 1, n - 2, \dots, 1$  in einen anfänglich leeren Splaybaum ein. Führen Sie danach  $\text{Find}(n)$  aus. Überlegen Sie sich, dass die Kosten der zugehörigen Folge von Operationen tatsächlich

$$O((n + 1) \cdot \log n)$$

betragen. Überlegen Sie sich, wie die darauffolgenden  $\text{Find}(n - 1), \dots, \text{Find}(1)$  bearbeitet werden. Wie kann danach wieder ein „ganz dünner“ Baum entstehen?

**2. Aufgabe:** Zeigen Sie die amortisierten Laufzeiten für die Splaybaum-Operationen  $\text{Insert}(x)$  und  $\text{Delete}(x)$ .

*Hinweis:* Benutzen Sie, dass ein  $\text{Find}(x)$  amortisiert höchstens  $3 \log n + 4$  dauert.

**3. Aufgabe:** Berechnen Sie alle komplexen Lösungen von  $\sqrt{i}$ ,  $\sqrt{-i}$  und  $\sqrt[n]{i}$ .

**4. Aufgabe:** Zeigen Sie mit Hilfe der Potenzreihen für  $\sin(z)$ ,  $\cos(z)$  und  $e^z$ :

$$\cos(z) = \frac{1}{2} \cdot (e^{iz} + e^{-iz})$$

für alle  $z \in \mathbb{C}$ .

**5. Aufgabe:** Zeigen Sie mit Hilfe der Potenzreihe von  $e^z$ , dass die Formel  $e^z \cdot e^w = e^{z+w}$  für alle Zahlen  $z, w \in \mathbb{C}$  gilt.

**6. Aufgabe:** Zeigen Sie für alle  $z \in \mathbb{C}$ ,  $z \neq 1$ :

$$\sum_{j=0}^n z^j = \frac{z^{n+1} - 1}{z - 1}$$