Prof. Dr. A. Goerdt
L. Falke

TU CHEMNITZ
Sommersemester 2015
02.04.2015

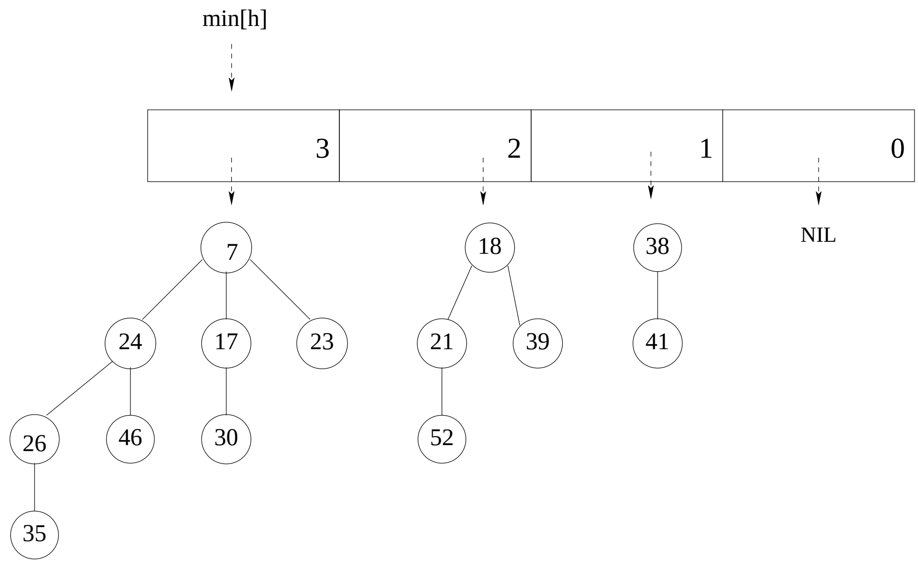
# Effiziente Algorithmen / Theoretische Informatik III

## 2. Übung

**1. Aufgabe:** Im *Dijkstra-Algorithmus* führen unterschiedliche Datenstrukturen zu verschiedenen Laufzeiten. Überlegen Sie sich, warum der *Dijkstra-Algorithmus* nicht schneller als $O(|V| \cdot \log |V|)$ implementiert werden kann. Egal mit welcher Datenstruktur.

**2. Aufgabe:** Führen Sie eine amortisierte Analyse für die Addition von $n$ Einsen (beginnend mit 0) in der Ternärdarstellung durch. Wie lange kann eine einzelne Addition dauern?

**3. Aufgabe:** Führen Sie DeleteMin($h$) auf folgendem binomialen Heap $h$ aus:



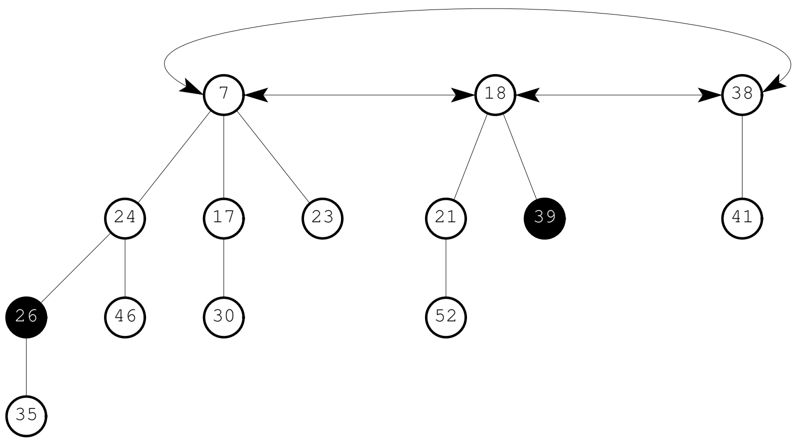

**4. Aufgabe:** Wir betrachten eine Folge $\sigma = \{\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_n\}$ von Operationen auf einem anfangs leeren binomialen Heap mit „lazy" meld.
Dabei bestehe $\sigma$ aus

- $n_1$-mal $Insert$
- $n_2$-mal $DeleteMin$ und
- $n_3$-mal $Minimum$

in einer beliebigen Reihenfolge. Beweisen Sie, daß $\sigma$ einen Zeitaufwand von $O(n_1 + n_2 \cdot \log n_1 + n_3) = O(n \log n)$ mit $n = n_1 + n_2 + n_3$ besitzt.

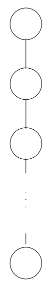
**5. Aufgabe:** Sei $F_i$ die Folge der Fibonaccizahlen. Also $F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$ mit $F_0 = 0$ und $F_1 = 1$. Sei weiterhin $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ der Wert des goldenen Schnittes.
Zeigen Sie $F_i \geq \varphi^{i-2}$ für alle $i > 0$.

**6. Aufgabe:** Führen Sie DeleteMin($h$) auf folgendem Fibonacci-Heap $h$ aus:




**7. Aufgabe:**

(a) Geben Sie für jedes $n > 0$ eine Folge von Operationen für den Fibonacci-Heap an, so dass ein Baum der Art



mit $n$ Knoten entsteht.

(b) Zeigen Sie, dass die Operationen DeleteMin($h$), Cut($i$, $h$), DecreaseKey($i$, $j$, $h$) im Fibonacci-Heap $h$ mit $n$ Knoten eine im `worst-case`-Laufzeit von $\Theta(n)$ haben.