Prof. Dr. A. Goerdt
A. Oertel

TU Chemnitz
Sommersemester 2020
6. Mai 2020

Einführung Quantencomputing

Lösungen zur 2. Übung

Aufgabe 1:

(a) Wir betrachten 2 Bits. Stellen Sie den Wahrscheinlichkeitsbaum für das folgende probabilistische Programm auf.

$$1.\ \text{Bit} \coloneqq \begin{cases} 0 & \text{mit Wahrscheinlichkeit } \frac{3}{4} \\ 1 & \text{mit Wahrscheinlichkeit } \frac{1}{4} \end{cases} \tag{1}$$

$$2.\ \text{Bit} \coloneqq \begin{cases} 0 & \text{mit Wahrscheinlichkeit } \frac{1}{3} \\ 1 & \text{mit Wahrscheinlichkeit } \frac{2}{3} \end{cases} \tag{2}$$

Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zustände an.

(b) Zeichen Sie den Wahrscheinlichkeitsbaum, wenn das Programm aus (a) mit

$$1.\ \text{Bit} \coloneqq 2.\ \text{Bit} \tag{3}$$

erweitert wird. Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zustände an.

Lösung 1:

(a) Wahrscheinlichkeitsbaum zeichnen, Regeln wiederholen (entlang eines Pfades wird multipliziert und mehrere Pfade werden addiert).

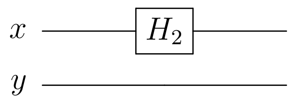
Wahrscheinlichkeiten der Zustände:

$$P(00) = \frac{1}{4}$$
$$P(01) = \frac{1}{2}$$
$$P(10) = \frac{1}{12}$$
$$P(11) = \frac{1}{6}$$

(b) Wahrscheinlichkeiten der Zustände:

$$
\begin{aligned}
P(00) &= \frac{1}{3} \\
P(01) &= 0 \\
P(10) &= 0 \\
P(11) &= \frac{2}{3}
\end{aligned}
$$

Aufgabe 2: Wir betrachten für 2 Qubits xy folgendes Programm.



Geben Sie die 4×4 Matrix an, die von diesem Programm ausgeführt wird. Die Qubits haben die Reihenfolge xy.

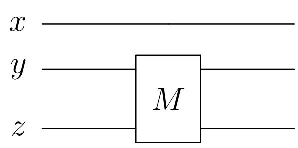
Lösung 2:

$$
\begin{pmatrix}
1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 1 \\
1 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & -1
\end{pmatrix}
$$

Aufgabe 3: Wir betrachten für 3 Qubits xyz und die Matrix

$$
M := \begin{pmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0
\end{pmatrix}
$$

folgendes Programm.



Geben Sie für die folgenden Reihenfolgen der Qubits die 8×8 Matrix an, die von diesem Programm ausgeführt wird.

(a) Die Qubits haben die Reihenfolge xyz.

(b) Die Qubits haben die Reihenfolge yxz.

Lösung 3:

(a)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(b)

$$\begin{pmatrix} 1. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1! & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1! & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/ \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1? & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4: Wir betrachten eine Funktion

$$f : \{0,1\}^2 \to \{0,1\}^2,$$

die nicht bijektiv ist. Wie kann f bijektiv gemacht werden? Geben Sie die resultierende bijektive Funktion an. (Hinweis: Sie können den Exklusives-Oder-Trick aus der Volesung verwenden.)

Lösung 4: Die Eingabebits müssen mitgeführt werden. Jedes Ergebnisbit wird mit einem weiteren neuen Eingabebit exklusiv-verodert. Exklusives-Oder wird verwendet, damit das neue Bit rekonstruiert werden kann.
Resultierende Funktion:

$$(x, y, u, v) \mapsto (x, y, u \oplus f_1(x, y), v \oplus f_2(x, y))$$