Prof. Dr. A. Goerdt
A. Oertel

TU Chemnitz
Sommersemester 2020
19. Mai 2020

Einführung Quantencomputing

3. Übung

Aufgabe 1: Wir betrachten 2 Qubits mit folgendem Zustand.

$$\frac{1}{2}\sum_{b_i=0,1} a_{b_1b_2}\,|b_1b_2\rangle \text{ mit } a_{b_1b_2}=-1,1$$

Wie müssen die $a_{b_1b_2}$ gewählt werden, damit der Zustand verschränkt ist?

Aufgabe 2: Wir betrachten 3 Qubits in der Reihenfolge 123. Gegeben sei eine Matrix A auf 2 Qubits und eine Matrix B auf einem Qubit. Beide Matrizen sind orthogonal. Ebenso sind der Zustand $|a\rangle$ auf 2 Qubits und der Zustand $|b\rangle$ auf ein Qubit gegeben.

(a) Berechnen Sie die Kronecker-Produkte. Dabei bedeutet $A\ {}_{xy}\!\otimes_z B$, dass A auf die Bits xy und B auf das Bit z wirkt.

Beobachten Sie, dass die Ergebnis-Matrix des Kronecker-Produktes orthogonal ist.

(i) $A\ {}_{12}\!\otimes_3 B$ (ii) $A\ {}_{13}\!\otimes_2 B$

(b) Berechnen Sie die Tensorprodukte. Dabei bedeutet $|a\rangle\ {}_{xy}\!\otimes_z |b\rangle$, dass $|a\rangle$ auf die Bits xy und $|b\rangle$ auf das Bit z wirkt.

(i) $|a\rangle\ {}_{12}\!\otimes_3 |b\rangle$ (ii) $|a\rangle\ {}_{13}\!\otimes_2 |b\rangle$

Aufgabe 3: Wir betrachten den Deutsch-Jozsa-Algorithmus. Berechnen Sie das Kronecker-Produkt

$$H_2 \otimes H_2 \otimes H_2.$$

Leiten Sie daraus eine allgemeine Vorschrift für die Berechnung des Kronecker-Produktes

$$H_2 \otimes \ldots \otimes H_2$$

ab.
Beobachten Sie, dass sich daraus am Ende für den Fall „f ist halb-halb“ eine Amplitude von 0 für den Zustand $|0\ldots 0\rangle$ ergibt.

Aufgabe 4: Wir betrachten die folgende Aussage, welche bei Simon's Algorithmus Verwendung findet.
Beweisen Sie, dass für eine feste Bitfolge $(a_1, \ldots, a_n) \neq (0, \ldots, 0)$ und die Hälfte der möglichen Bitfolgen $(c_1, \ldots, c_n)$ gilt

$$a_1 \cdot c_1 \oplus \ldots \oplus a_n \cdot c_n = 0$$

und für die andere Hälfte gilt

$$a_1 \cdot c_1 \oplus \ldots \oplus a_n \cdot c_n = 1.$$