

Einführung Quantencomputing

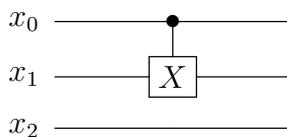
4. Übung

Aufgabe 1: Zeigen Sie die folgende Abschätzung, welche bei Simon's Algorithmus für die Wahrscheinlichkeit der Ziehung von $n - 1$ linear unabhängigen Vektoren Verwendung findet.

$$P(n - 1 \text{ linear unabhängige Vektoren}) = \left(1 - \frac{1}{2^{n-1}}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \geq \frac{1}{4}$$

Hinweis: Überlegen Sie sich, wann $(1 - a_1)(1 - a_2) \geq 1 - (a_1 + a_2)$ und weiter $\prod_{i=1}^n (1 - a_i) \geq 1 - (\sum_{i=1}^n a_i)$ gilt. Diese Abschätzung kann nun auf alle bis auf den letzten Faktor anwenden werden. Dann kann die geometrische Reihe $\sum_{i=0}^{\infty} 1/2^i = 2$ angewendet und das Ergebnis berechnet werden.

Aufgabe 2: Stellen Sie die 8×8 Matrix auf, welche den folgenden Schaltkreis repräsentiert.



Aufgabe 3: Wir betrachten das No-Cloning-Theorem. Unter bestimmten Eigenschaften können Zustände trotzdem kopiert werden. Wir betrachten eine Kopieroperation, welche die folgenden beiden Abbildungen erfüllt.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

und

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Wie kann diese Operation, unter Verwendung der Kopieroperation für die Standardbasis, realisiert werden?