

Einführung Quantencomputing

6. Übung

Aufgabe 1: Ermitteln Sie die Eigenwerte und zugehörigen Eigenvektoren der Permutationsmatrix

$$M_f = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Wo sind diese Eigenvektoren in der Fouriertransformation F_3 zu finden?

Berechnen Sie die Summe der Eigenvektoren, wobei die Eigenvektoren mit ihren jeweiligen Eigenwerten multipliziert werden. Dabei werden die Eigenwerte jeweils mit $k = 0, 1, 2$ potenziert.

Beobachten Sie, dass für eine 2×2 Permutationsmatrix die vorherigen Ergebnisse analog gelten.

Aufgabe 2: Wir betrachten das Verfahren zur Bestimmung der Periodenlänge L mit Hilfe der Quantenfouriertransformation. Gegeben sind die Permutationsmatrix M_f , den Eingabezustand $|a_1 \dots a_m\rangle$ und die Eigenvektoren Λ_λ .

Machen Sie sich klar, dass gilt

$$\begin{aligned} & \sum_{d_1 \dots d_n} \sum_{c_1 \dots c_n} \exp\left(\frac{2\pi i}{2^n} \cdot (c_1 \dots c_n)_2 \cdot (d_1 \dots d_n)_2\right) |d_1 \dots d_n\rangle \otimes M_f^{(c_1 \dots c_n)_2} |a_1 \dots a_m\rangle \\ &= \frac{1}{L} \sum_{\lambda=0}^{L-1} \sum_{d_1 \dots d_n} \sum_{c_1 \dots c_n} \exp\left(\frac{2\pi i}{2^n} \cdot (c_1 \dots c_n)_2 \cdot (d_1 \dots d_n)_2 - \frac{2\pi i}{L} \cdot \lambda \cdot (c_1 \dots c_n)_2\right) |d_1 \dots d_n\rangle \otimes \Lambda_\lambda. \end{aligned}$$

Betrachten Sie dazu wie sich das zweite Register mit Hilfe von den Eigenwerten und

$$|a_1 \dots a_m\rangle = \frac{1}{L} (\Lambda_0 + \dots + \Lambda_{L-1})$$

darstellen lässt. Dann können Sie erstmal nur ein Λ_λ betrachten und dadurch auf die gesamte Gleichung schlussfolgern.