Prof. Dr. A. Goerdt
J. Pape-Lange

TU Chemnitz
Sommersemester 2020
8. Mai 2020

Theoretische Informatik II

4. Übung

1. Aufgabe: Sei $n > 0$ eine natürliche Zahl.
Wir verwenden das Alphabet $\Sigma_n = \{1, 2, \ldots, n\}$ der ersten n Zahlen als jeweils einzelne Zeichen.
Zeigen Sie, dass die Sprache

$$L_n := \{w \in \Sigma_n^* | \text{Für alle } 1 \leq i \leq n \text{ gilt: Die Anzahl der „}i\text{“en in } w \text{ modulo } i \text{ ist } 0.\}$$

regulär ist.
Hinweis: Nutzen Sie, dass endliche Schnitte regulärer Sprachen wieder regulär sind.

2. Aufgabe: Zeigen Sie, dass eine Sprache L genau dann *kontextfrei* ist, wenn die Sprache L^R *kontextfrei* ist. Dabei soll L^R die Sprache sein, die alle Wörter aus L in umgekehrter Leserichtung enthält.

3. Aufgabe: In der Vorlesung wurde gezeigt, dass man alle ε-Regeln der Form $A \to \varepsilon$ bis auf die ε-Regel des Startsymbols entfernen kann.

(a) Geben Sie den Algorithmus zum Entfernen der ε-Regeln an.

(b) Demonstrieren Sie das Verfahren anhand der folgenden Grammatik:

$$\begin{array}{lll} \Sigma & = \{ & a, b, c\} \\ V & = \{ & S, A, B, C, D, E, F, G\} \\ P & = \{ & S \to A \\ & & A \to BC \,|\, BB \\ & & B \to CD \,|\, \varepsilon \,|\, a \,|\, AA \\ & & C \to b \\ & & D \to B \,|\, c \qquad \} \end{array}$$

4. Aufgabe: In einer Grammatik können Produktionen der Art

$$A \to B, B \to C, \text{usw.}$$

auftreten. Wobei A, B und C hier einzelne Variablen aus V sind. Diese Produktionen nennen wir *Kettenregeln*.

(a) Geben Sie ein Verfahren an, das alle Kettenregeln aus einer gegebenen Grammatik entfernt. Welche Bedingungen muss die Grammatik erfüllen, damit Ihr Verfahren anwendbar ist?

Hinweis: Eine Kette kann auch wieder zur Anfangsvariable zurückführen und somit einen Kreis bilden.

(b) Demonstrieren Sie das Verfahren anhand der folgenden Grammatik.

$$\begin{array}{lll}
\Sigma & = \{ & a, b, c, d, e, f, g\} \\
V & = \{ & S, A, B, C, D, E, F, G\} \\
P & = \{ & S \to AFGE \\
 & & A \to B \mid a \\
 & & B \to C \mid E \mid b \\
 & & C \to D \mid c \\
 & & D \to A \mid d \\
 & & E \to e \\
 & & F \to G \mid f \\
 & & G \to g \qquad\qquad \}
\end{array}$$