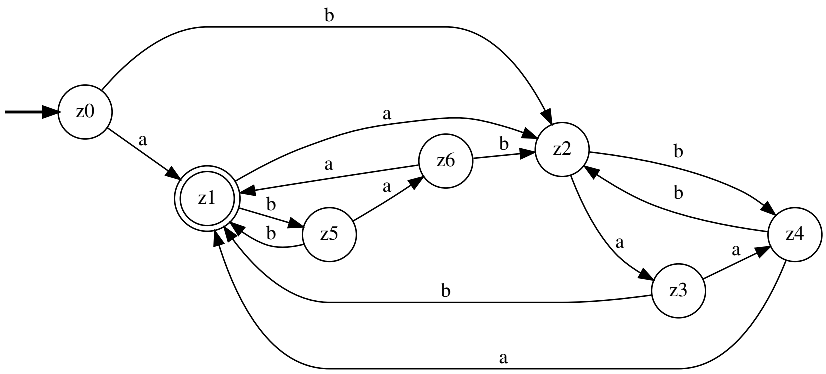
Prof. Dr. A. Goerdt
J. Pape-Lange

TU Chemnitz
Sommersemester 2020
14. Mai 2020

Theoretische Informatik II

5. Übung

1. Aufgabe: Wir betrachten den folgenden DFA M.



(a) Demonstrieren Sie den Algorithmus zur Konstruktion des *Minimalautomaten* zu M aus der Vorlesung.

(b) Geben Sie die Sprache, die von diesem Automaten erkannt wird, an.

(c) Geben Sie einen regulären Ausdruck zu dieser Sprache an.

2. Aufgabe: Wir betrachten das Komplement.

(a) Zeigen Sie, dass das Komplement der Sprache

$$L = \{a^n b^n | n \geq 0\}$$

über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ kontextfrei ist. Beachten Sie, dass jedes Wort über $\{a, b\}$ entweder ba enthält oder von der Form $a^i b^j$ mit $i, j \geq 0$ ist.

(b) Zeigen Sie, dass das Komplement der nicht kontextfreien Sprache

$$L = \{a^n b^n c^n | n \geq 0\}$$

über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ kontextfrei ist. Es ist hilfreich, den gleichen Ansatz wie bei Teil (a) zu verwenden.

(c) Folgern Sie, dass es kontextfreie Sprachen gibt, deren Komplement nicht kontextfrei ist.

3. Aufgabe:

(a) Zeigen Sie, dass die Sprache $L = \{a^k b^k \mid k \geq 1\}$ das *kontextfreie Pumping Lemma* erfüllt.

(b) Zeigen Sie direkt (d.h. ohne Umweg über die *Chomsky-Normalform*), dass jede reguläre Sprache das kontextfreie Pumping Lemma erfüllt.

4. Aufgabe:

(a) Bringen Sie die folgende kontextfreie Grammatik in die *Chomsky-Normalform.*

$$\begin{array}{rcl} G & = & (V, \Sigma, P, S) \\ V & = & \{S, X, Y\} \\ \Sigma & = & \{a, b\} \\ P & = & \{ \quad S \to aY \mid bX \\ & & \quad\;\; X \to aS \mid bXX \mid a \\ & & \quad\;\; Y \to bS \mid aYY \mid b \quad \} \end{array}$$

(b) Welche Form hat der *Ableitungsbaum* eines Wortes $x \in L$, wenn die zugehörige Sprache L durch eine Grammatik in *Chomsky-Normalform* gegeben ist?

Wieviele Ableitungsschritte werden benötigt, um x anhand dieser Grammatik zu erzeugen?

(c) Lösen Sie das Wortproblem für das Wort $z = bbaaab$ mit dem $\mathcal{O}(n^3)$-Algorithmus aus der Vorlesung.