

Theoretische Informatik II

8. Übung

1. Aufgabe: Zeigen Sie, dass das Post'sche Korrespondenzproblem über dem einelementigen Alphabet entscheidbar ist.

Hinweis: Ist das Post'sche Korrespondenzproblem $(x_1, y_1), \dots, (x_k, y_k)$ gegeben, so gibt es keine Lösung, falls

$$|x_i| \geq |y_i| \quad \forall i \in \{1, \dots, k\} \quad \text{bzw.} \quad |x_i| \leq |y_i| \quad \forall i \in \{1, \dots, k\}$$

gilt. Dabei bezeichne $|\cdot|$ die Anzahl der Zeichen.

2. Aufgabe: Zeigen Sie, dass die folgende Variante des Post'schen Korrespondenzproblems entscheidbar ist.

Gegeben sei eine endliche Folge von Wortpaaren $(x_1, y_1), \dots, (x_k, y_k)$, wobei $x_i, y_i \in \{0, 1\}^+$ (also nichtleere Worte über dem Alphabet $\{0, 1\}$). Gibt es Folgen von Indizes $i_1, i_2, \dots, i_n, n \geq 1$, und $j_1, j_2, \dots, j_m, m \geq 1$ mit $x_{i_1}x_{i_2}\dots x_{i_n} = y_{j_1}y_{j_2}\dots y_{j_m}$? Beachten Sie, dass die Indizes der x -Variablen unabhängig von den Indizes der y -Variablen sind.

Hinweis: Führen Sie die Aussage auf den Schnitt regulärer Sprachen zurück.

3. Aufgabe: Zeigen Sie, dass das Post'sche Korrespondenzproblem *semientscheidbar* ist. Das heißt, es ist zu zeigen, dass es einen Algorithmus gibt, der jedes lösbare Post'sche Korrespondenzproblem als lösbar erkennt.

4. Aufgabe: Zeigen Sie, dass folgendes Korrespondenzproblem eine Lösung besitzt:

$$\begin{array}{cccc} x_1 = 001 & x_2 = 01 & x_3 = 01 & x_4 = 10 \\ y_1 = 0 & y_2 = 011 & y_3 = 101 & y_4 = 001 \end{array}$$

Achtung: die kürzeste Lösung besteht aus 66 Indizes. Ohne Computereinsatz kann man dieses Problem jedoch auch „von Hand“ lösen, wenn man die Lösung rückwärts aufbaut.

Hinweis: offensichtlich ist der letzte Index $i_{66} = 3$, da nur x_3 und y_3 eine gemeinsame abschließende Bitfolge „01“ haben.