Prof. Dr. A. Goerdt
J. Pape-Lange

TU Chemnitz
Sommersemester 2020
15. Juni 2020

Theoretische Informatik II

9. Übung

1. Aufgabe: Formulieren Sie eine Eingabe für das *modifizierte Post'sche Korrespondenzproblem (MPCP)*.
Das *MPCP* soll genau dann eine Lösung haben, wenn die folgende Turingmaschine M auf dem Wort `1011` hält.

$$\Gamma = \{0, 1, \Box\}, \quad \Sigma = \{0, 1\}, \quad Z = \{z_0, z_1, z_2, z_E\}, \quad E = \{z_E\}$$

$$\begin{aligned}
\delta(z_0, 0) &= (z_0, 0, R) \\
\delta(z_0, 1) &= (z_0, 1, R) \\
\delta(z_0, \Box) &= (z_1, \Box, L) \\
\delta(z_1, 0) &= (z_2, 1, L) \\
\delta(z_1, 1) &= (z_1, 0, L) \\
\delta(z_1, \Box) &= (z_E, 1, N) \\
\delta(z_2, 0) &= (z_2, 0, L) \\
\delta(z_2, 1) &= (z_2, 1, L) \\
\delta(z_2, \Box) &= (z_E, \Box, R)
\end{aligned}$$

Was macht die gegebene Turingmaschine? Geben Sie die Lösung für das *MPCP* an.

2. Aufgabe: Finden Sie ein *modifiziertes Post'sches Korrespondenzproblem*, dessen Lösungssprache

$$L = \{w \in \Sigma^* : \exists i_2, \ldots, i_n : x_1 x_{i_2} \ldots x_{i_n} = w = y_1 y_{i_2} \ldots y_{i_n}\}$$

nicht kontextfrei ist.
Hinweis: Finden Sie ein modifiziertes Post'sches Korrespondenzproblem, sodass

$$\#(a\$)^i b^j c^k \in L \Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{N} : i = j = k = 2n$$

gilt.

3. Aufgabe: Zeigen Sie, dass jede Sprache, die von einer Turingmaschine erkannt wird, durch eine (Typ-0)-Grammatik erzeugt wird.
Folgern Sie, dass Typ-0 nicht unter Komplement abgeschlossen ist.

4. Aufgabe: Sei $L \subseteq \Sigma^*$ eine (Programmier)-Sprache mit folgender Eigenschaft:
Es gibt einen (Interpreter)-Algorithmus A_L, der jedes Programm in L mit jeder Eingabe in Σ^* simuliert. Der Algorithmus A_L ordnet also jedem Programm $w_p \in L$ einen Algorithmus zu, der jeder Eingabe $w_i \in \Sigma^*$ entweder eine Ausgabe $w_o \in \Sigma^*$ zuordnet oder nicht hält.
Zeigen Sie: Wenn A_L für alle Programme in L und alle Eingaben in Σ^* hält, dann enthält $A_L(L)$ nicht alle intuitiv berechenbaren Funktionen.