Prof. Dr. A. Goerdt
J. Pape-Lange

TU CHEMNITZ
Sommersemester 2020
3. Juli 2020

Theoretische Informatik II

11. Übung

1. Aufgabe: Wir betrachten das Verfahren, um eine beliebige *aussagenlogische Formel* in *Polynomialzeit* in eine *erfüllbarkeitsäquivalente 3-KNF*-Formel umzuwandeln.

(a) Demonstrieren Sie das Verfahren an der folgenden Formel.

$$F = \big(A \to (B \wedge C)\big) \vee \big(\neg C \leftrightarrow (A \vee B)\big)$$

(b) Was bedeutet diese Reduktion für das *3-SAT*-Problem bezüglich $\mathcal{NP}$? Warum ist es dazu wichtig, dass die Reduktion in Polynomialzeit durchführbar ist?

Hinweis: Übersetzen Sie die Formel zuerst in einen Baum, in dem jede Verzweigung für eine boolesche Operation stehen. Danach führen Sie für jede Verzweigung eine neue Variable ein.

2. Aufgabe: Zeigen Sie, dass das *Post'sche Korrespondenzproblem* $\mathcal{NP}$-schwer ist. Warum ist das Post'sche Korrespondenzproblem trotzdem nicht $\mathcal{NP}$-vollständig?

3. Aufgabe: Geben Sie eine direkte polynomielle Reduktion (also nicht über *Clique*) von *3-SAT* auf das Problem der *unabhängigen Menge* in einem Graphen an.

4. Aufgabe: Für das *Problem unabhängiger Mengen* ist folgender Algorithmus gegeben.

GEGEBEN: $G(V, E)$
$U = \emptyset$
WHILE $V \neq \emptyset$ DO
    WÄHLE $v \in V$
    $U = U \cup \{v\}$
    ENTFERNE v und alle mit v verbundenen Knoten aus V
    ENTFERNE alle Kanten aus E, die einen entfernten Knoten verwenden
END

- Zeigen Sie, dass U nach Durchlauf des Algorithmus eine unabhängige Menge im ursprünglichen Graphen G sein muss.
- Zeigen Sie, dass es keine größere unabhängige Menge in G gibt, die U enthält.
- Zeigen Sie, dass U trotzdem nicht die größte unabhängige Menge von G ist.
- Der Algorithmus lässt sich verbessern, wenn man immer einen Knoten mit minimalem Kantengrad entfernt. Zeigen Sie, dass auch diese Verbesserung nicht immer die größte unabhängige Menge von G erzeugt.

5. Aufgabe: Wir betrachten das folgende Problem. Gegeben sind n endliche Mengen M_i natürlicher Zahlen und eine natürliche Zahl k. Gesucht ist eine Menge M' mit k natürlichen Zahlen, sodass für jede Menge M_i mindestens eine natürliche Zahl auch in M' ist.
Zeigen Sie, dass dieses Problem $\mathcal{NP}$-vollständig ist.