Prof. Dr. A. Goerdt
Julian Pape-Lange

TU Chemnitz
Sommersemester 2021
13.07.2021

Effiziente Algorithmen / Theoretische Informatik III

6. Übung

1. Aufgabe:
Zeigen Sie, dass für alle komplexen Zahlen z, z' die Gleichung $e^z \cdot e^{z'} = e^{z+z'}$ gilt.
Zeigen Sie außerdem, dass für alle $k, n \in \mathbb{N}$ die Gleichung $\left(e^{2\pi i \frac{1}{n}}\right)^k = e^{2\pi i \frac{k}{n}}$ gilt.

2. Aufgabe: Sei n eine gerade Zahl.
Wir betrachten die Matrix DFT_n. Zeigen Sie, dass die ungeraden Spalten (wir fangen bei 0 mit der Zählung an) in der unteren Hälfte die Form

$$\begin{pmatrix} -1 & & & & \\ & -\left(e^{2\pi i \frac{1}{n}}\right)^1 & & & \\ & & -\left(e^{2\pi i \frac{1}{n}}\right)^2 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & -\left(e^{2\pi i \frac{1}{n}}\right)^{\frac{n}{2}-1} \end{pmatrix} \mathrm{DFT}_{\frac{n}{2}}$$

haben.

3. Aufgabe:
Geben Sie das Schaltnetz der diskreten Fouriertransformation mit 8 Elementen dar. Die Gatter sind dabei Multiplikationen mit Konstanten, Additionen und Subtraktionen.

4. Aufgabe:
Berechnen Sie die Diskrete Fouriertransformation von

$$v_1 := \begin{pmatrix} 1\\0\\1\\0\\1\\0\\1\\0 \end{pmatrix} \quad v_2 := \begin{pmatrix} 1\\1\\1\\1\\1\\1\\1\\1 \end{pmatrix} \quad v_3 := \begin{pmatrix} 0\\1\\0\\1\\0\\1\\0\\1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad v_4 := \begin{pmatrix} 1\\-1\\1\\-1\\1\\-1\\1\\-1 \end{pmatrix}.$$

5. Aufgabe:
Zeigen Sie, wie man mit der diskreten Faltung das Prdukt von zwei Polynomen effizient bestimmen kann.
In der Übung werde ich kurz darauf eingehen, dass auch Multiplikationsalgorithmen mit Hilfe der Faltung verbessert werden können.