

Theoretische Informatik II

3. Übung

1. Aufgabe: Sei $n > 0$ eine natürliche Zahl.

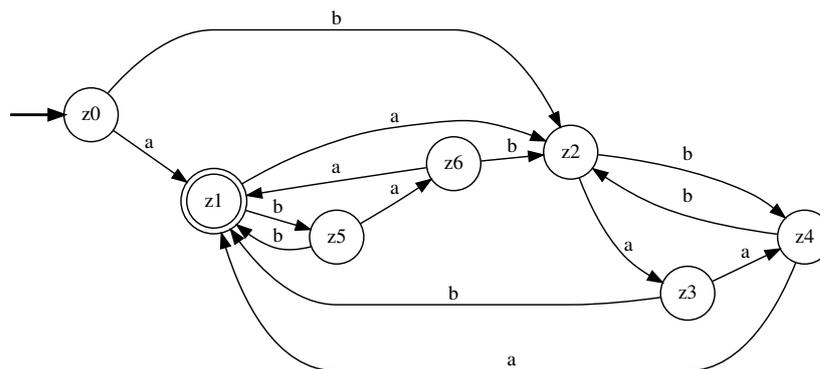
Wir verwenden das Alphabet $\Sigma_n = \{1, 2, \dots, n\}$ der ersten n Zahlen als jeweils einzelne Zeichen.

Zeigen Sie, dass die Sprache

$$L_n := \{w \in \Sigma_n^* \mid \text{Für alle } 1 \leq i \leq n \text{ gilt: Die Anzahl der „}i\text{“en in } w \text{ modulo } i \text{ ist } 0.\}$$

regulär ist. Beschreiben Sie dazu einen DEA, der L_n akzeptiert.

2. Aufgabe: Wir betrachten den folgenden DEA M .



- Demonstrieren Sie den Algorithmus zur Konstruktion des *Minimalautomaten* zu M aus der Vorlesung.
- Geben Sie die Sprache, die von diesem Automaten erkannt wird, an.
- Geben Sie eine reguläre Grammatik zu dieser Sprache an.

3. Aufgabe: Sei L eine gegebene Sprache. Für jedes $w \in \Sigma^*$ existiert eine sogenannte *Endsprache*. Diese umfasst alle die Wörter $u \in \Sigma^*$, für die gilt $wu \in L$.

- Geben Sie alle verschiedenen Endsprachen für $L = \{(aa)^n b^m \mid n \geq 0, m \geq 1\}$ an.
- Konstruieren Sie den minimalen DEA aus den Endsprachen für die Sprache von (a).
 Üben Sie dasselbe auch noch einmal für
 - a^* und
 - die Sprache nur aus dem leeren Wort.

4. Aufgabe: Wir betrachten die folgende Grammatik $G = (V, \Sigma, P, E)$ für arithmetische Ausdrücke.

$$\begin{aligned} V &= \{ E, T, F \} \\ \Sigma &= \{ (,), a, +, * \} \\ P &= \{ E \rightarrow T \mid E + T, \\ &\quad T \rightarrow F \mid T * F, \\ &\quad F \rightarrow a \mid (E) \} \end{aligned}$$

- Geben Sie *alle* Satzformen, die sich in maximal *drei* Schritten aus dem *Startsymbol* E ableiten lassen, an.
- Geben Sie für das Wort $a * (a + a)$ zwei mögliche Ableitungen an.
- Konstruieren Sie zu den in (b) angegebenen Ableitungen jeweils den zugehörigen *Ableitungsbaum* (Syntaxbaum). Was fällt auf?
- Wir haben in der Vorlesung gesehen, dass implizite Klammern linksassoziativ sind. Das Wort $a + a + a$ ist also mit der Klammerung $((a + a) + a)$ zu verstehen. Ändern Sie die Grammatik, sodass implizite Klammern rechtsassoziativ sind.

5. Aufgabe: Wir betrachten den folgenden Ausschnitt aus der Grammatik einer Programmiersprache. (S steht für Statement, E für Expression und R für die restlichen hier uninteressanten Statements.)

$$S \rightarrow \mathbf{if\ } E \mathbf{\ then\ } S \mid \mathbf{if\ } E \mathbf{\ then\ } S \mathbf{\ else\ } S \mid R$$

Dies erlaubt unter anderem die folgende Ableitung:

$$S \Rightarrow^* \mathbf{if\ } E \mathbf{\ then\ if\ } E \mathbf{\ then\ } S \mathbf{\ else\ } S$$

Geben Sie die beiden möglichen Ableitungsbäume an. Welcher ist im Sinne der Programmiersprache der „richtige“? Wie läßt sich dieses Problem auf der Ebene der Grammatik lösen?