

## Theoretische Informatik II

### 3. Übung

**1. Aufgabe:** Sei  $n > 0$  eine natürliche Zahl.

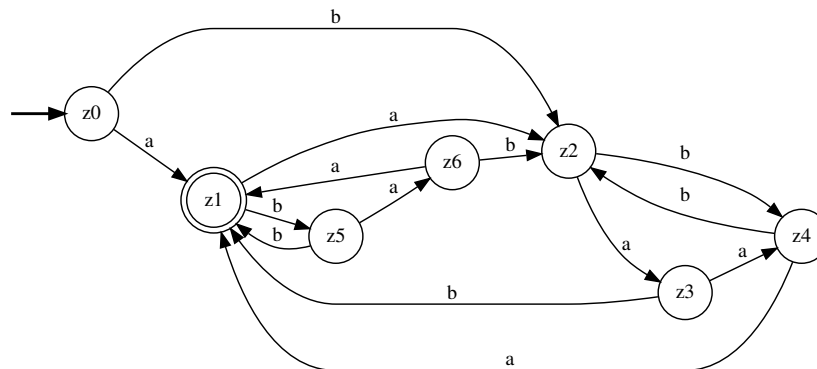
Wir verwenden das Alphabet  $\Sigma_n = \{1, 2, \dots, n\}$  der ersten  $n$  Zahlen als jeweils einzelne Zeichen.

Zeigen Sie, dass die Sprache

$$L_n := \{w \in \Sigma_n^* \mid \text{Für alle } 1 \leq i \leq n \text{ gilt: Die Anzahl der „}i\text{“en in } w \text{ modulo } i \text{ ist } 0.\}$$

regulär ist. Beschreiben Sie dazu einen DEA, der  $L_n$  akzeptiert.

**2. Aufgabe:** Wir betrachten den folgenden DEA  $M$ .



- Demonstrieren Sie den Algorithmus zur Konstruktion des *Minimalautomaten* zu  $M$  aus der Vorlesung.
- Geben Sie die Sprache, die von diesem Automaten erkannt wird, an.
- Geben Sie eine reguläre Grammatik zu dieser Sprache an.

**3. Aufgabe:** Sei  $L$  eine gegebene Sprache. Für jedes  $w \in \Sigma^*$  existiert eine sogenannte *Endsprache*. Diese umfasst alle die Wörter  $u \in \Sigma^*$ , für die gilt  $wu \in L$ .

- Geben Sie alle verschiedenen Endsprachen für  $L = \{(aa)^n b^m \mid n \geq 0, m \geq 1\}$  an.
- Konstruieren Sie den minimalen DEA aus den Endsprachen für die Sprache von (a).  
 Üben Sie dasselbe auch noch einmal für
  - $a^*$  und
  - die Sprache nur aus dem leeren Wort.

**4. Aufgabe:** Wir betrachten die folgende Grammatik  $G = (V, \Sigma, P, E)$  für arithmetische Ausdrücke.

$$\begin{aligned} V &= \{ E, T, F \} \\ \Sigma &= \{ (, ), a, +, * \} \\ P &= \{ E \rightarrow T \mid E + T, \\ &\quad T \rightarrow F \mid T * F, \\ &\quad F \rightarrow a \mid (E) \} \end{aligned}$$

- Geben Sie *alle* Satzformen, die sich in maximal *drei* Schritten aus dem *Startsymbol*  $E$  ableiten lassen, an.
- Geben Sie für das Wort  $a * (a + a)$  zwei mögliche Ableitungen an.
- Konstruieren Sie zu den in (b) angegebenen Ableitungen jeweils den zugehörigen *Ableitungsbaum* (Syntaxbaum). Was fällt auf?
- Wir haben in der Vorlesung gesehen, dass implizite Klammern linksassoziativ sind. Das Wort  $a + a + a$  ist also mit der Klammerung  $((a + a) + a)$  zu verstehen. Ändern Sie die Grammatik, sodass implizite Klammern rechtsassoziativ sind.

**5. Aufgabe:** Wir betrachten den folgenden Ausschnitt aus der Grammatik einer Programmiersprache. ( $S$  steht für Statement,  $E$  für Expression und  $R$  für die restlichen hier uninteressanten Statements.)

$$S \rightarrow \mathbf{if\ } E \mathbf{\ then\ } S \mid \mathbf{if\ } E \mathbf{\ then\ } S \mathbf{\ else\ } S \mid R$$

Dies erlaubt unter anderem die folgende Ableitung:

$$S \Rightarrow^* \mathbf{if\ } E \mathbf{\ then\ if\ } E \mathbf{\ then\ } S \mathbf{\ else\ } S$$

Geben Sie die beiden möglichen Ableitungsbäume an. Welcher ist im Sinne der Programmiersprache der „richtige“? Wie läßt sich dieses Problem auf der Ebene der Grammatik lösen?