Prof. Dr. A. Goerdt
J. Pape-Lange

TU CHEMNITZ
Sommersemester 2023
15. Mai 2023

Theoretische Informatik II

6. Übung

1. Aufgabe: Wir betrachten die Sprache $L = \{ca^n b^n c \mid n \geq 0\}$.

(a) Geben Sie einen deterministischen Kellerautomaten an, der die Sprache L erkennt.

(b) Geben Sie eine Kontextfreie Grammatik für L an.

(c) Überführen Sie Ihre Grammatik mit dem Verfahren aus der Vorlesung in einen Kellerautomaten.

(d) Überführen Sie den Kellerautomaten aus (a) in eine kontextfreie Grammatik.

2. Aufgabe:
Zeigen Sie, dass folgende Funktionen $LOOP$-berechenbar sind.

(a) `if` $x_1 \geq x_2$ `then` A `else` B (A, B sind LOOP-Programme)

(b) $x_1^{x_2}$

(c) $\max(x_1, x_2)$

(d) x_1 DIV x_2

(e) x_1 MOD x_2

(f) FIB(x_1) (x_1-te Fibonacci-Zahl)

(g) $x_1!$

(h) $\binom{x_1}{x_2}$

(i) isPrime(x_1)

3. Aufgabe: Zeigen Sie, dass jede Turingmaschine M so in eine Turingmaschine M' überführt werden kann, dass M' auf einem einseitig beschränkten Band rechnet.

4. Aufgabe: Analog zur Turingmaschine (mit einem Band) aus der Vorlesung kann man Turingmaschinen mit drei Bändern definieren.
Jedes Band hat dabei einen eigenen Lese-/Schreibkopf. In jedem Schritt werden von allen Leseköpfen je ein Zeichen gelesen und es wird jeweils ein Zeichen geschrieben. Anschließend können alle Lese-/Schreibköpfe unabhängig voneinander bewegt werden. Die Übergangsfunktion hat also die Form:

$$\delta : Z \times \Gamma \times \Gamma \times \Gamma \to Z \times \Gamma \times \Gamma \times \Gamma \times \{L, N, R\} \times \{L, N, R\} \times \{L, N, R\}$$

Addieren Sie zwei Binärzahlen auf einer

(a) Turingmaschine mit drei Bändern und

(b) einer Turingmaschine mit einem Band.

Am Anfang steht in beiden Fällen auf dem ersten Band $b_1\$b_2$ und der Zeiger zeigt auf die erste Ziffer von b_1. Am Ende soll auf dem letzten Band b_3 stehen und der Zeiger auf die erste Ziffer von $b_3 = b_1 + b_2$ zeigen. Alle anderen Felder sollen jeweils leer sein.