Prof. Dr. A. Goerdt
J. Pape-Lange

TU CHEMNITZ
Sommersemester 2023
30. Mai 2023

Theoretische Informatik II

8. Übung

1. Aufgabe:
Vollziehen Sie den Beweis für die Unentscheidbarkeit des *speziellen Halteproblems* aus der Vorlesung nach.

2. Aufgabe:
Sei $L \subseteq \Sigma^*$ eine (Programmier)-Sprache mit folgender Eigenschaft:
Es gibt einen (Interpreter)-Algorithmus A_L, der jedes Programm in L mit jeder Eingabe in Σ^* simuliert. Der Algorithmus A_L ordnet also jedem Programm $w_p \in L$ einen Algorithmus zu, der jeder Eingabe $w_i \in \Sigma^*$ entweder eine Ausgabe $w_o \in \Sigma^*$ zuordnet oder nicht hält.
Zeigen Sie: Wenn A_L für alle Programme in L und alle Eingaben in Σ^* hält, dann enthält $A_L(L)$ nicht alle intuitiv berechenbaren Funktionen.

3. Aufgabe: Formulieren Sie eine Eingabe für das *modifizierte Post'sche Korrespondenzproblem (MPCP).*
Das *MPCP* soll genau dann eine Lösung haben, wenn die folgende Turingmaschine M auf dem Wort `1011` hält.

$$\Gamma = \{0, 1, \Box\}, \quad \Sigma = \{0, 1\}, \quad Z = \{z_0, z_1, z_2, z_E\}, \quad E = \{z_E\}$$

$$\begin{array}{rcl}
\delta(z_0, 0) & = & (z_0, 0, R) \\
\delta(z_0, 1) & = & (z_0, 1, R) \\
\delta(z_0, \Box) & = & (z_1, \Box, L) \\
\delta(z_1, 0) & = & (z_2, 1, L) \\
\delta(z_1, 1) & = & (z_1, 0, L) \\
\delta(z_1, \Box) & = & (z_E, 1, N) \\
\delta(z_2, 0) & = & (z_2, 0, L) \\
\delta(z_2, 1) & = & (z_2, 1, L) \\
\delta(z_2, \Box) & = & (z_E, \Box, R)
\end{array}$$

Was macht die gegebene Turingmaschine? Geben Sie die Lösung für das *MPCP* an.

4. Aufgabe: Zeigen Sie, dass folgendes Korrespondenzproblem eine Lösung besitzt:

$$\begin{array}{llll}
x_1 = 001 & x_2 = 01 & x_3 = 01 & x_4 = 10 \\
y_1 = 0 & y_2 = 011 & y_3 = 101 & y_4 = 001
\end{array}$$

Achtung: die kürzeste Lösung besteht aus 66 Indizes. Ohne Computereinsatz kann man dieses Problem jedoch auch „von Hand“ lösen, wenn man die Lösung rückwärts aufbaut.

Hinweis: offensichtlich ist der letzte Index $i_{66} = 3$, da nur x_3 und y_3 eine gemeinsame abschließende Bitfolge „01“ haben.