

# Algorithmen und Programmierung

## 12. Übung

### 1. Aufgabe:

Schreiben Sie eine Methode, die den Algorithmus der binären Suche eines Elements  $x$  in einem aufsteigend sortierten Feld der Größe  $n$  **rekursiv** realisiert. Eine Referenz auf das Feld und das gesuchte Element sollen dabei als Parameter übergeben werden.

### 2. Aufgabe:

Schreiben Sie eine Methode, die den Algorithmus Partition aus der Vorlesung rekursiv umsetzt! Übergeben Sie eine Referenz auf das zu partitionierende Feld als Parameter und legen Sie kein weiteres Feld an.

### 3. Aufgabe:

- a) Sei  $T_n$  die Anzahl der Züge, die notwendig sind, um beim Problem „Türme von Hanoi“ unter Verwendung des rekursiven Algorithmus aus der Vorlesung  $n$  Scheiben vom Quell- zum Zielstab zu transportieren. Erläutern Sie, dass gilt:

$$T_n = 2 \cdot T_{n-1} + 1$$

Leiten Sie daraus ab, dass gilt:

$$T_n = 2^n - 1$$

- b) Das Problem „Türme von Hanoi“ kann auch mit vier statt drei Stäben (Quellstab, Zielstab und zwei Hilfsstäbe) gelöst werden. Sei  $W_n$  die Anzahl von Zügen, die dabei notwendig sind, um  $n$  Scheiben vom Quellstab auf den Zielstab zu transportieren.

Überlegen Sie sich eine Strategie zum Umsetzen der Scheiben, so dass gilt:

$$W_n = 2 \cdot W_{n-k} + T_k$$

- c) Wir betrachten nun spezielle Werte für  $n$  der Form  $n = \frac{m(m+1)}{2}$  und setzen  $k = m$ . Zeigen Sie, dass gilt:

$$W_{\frac{m(m+1)}{2}} = 2 \cdot W_{\frac{(m-1)m}{2}} + T_m \quad \text{für } m > 0$$

- d) Leiten Sie aus der Formel von c) einen nur von  $m$  abhängenden Wert für  $W_{\frac{m(m+1)}{2}}$  ab (also die Anzahl der Züge bei „Hanoi“ mit vier Stäben unter Verwendung der Strategie von b) zur Umsetzung von  $n$  Scheiben mit  $n = \frac{m(m+1)}{2}$ ). Orientieren Sie sich dabei an Ihrer Vorgehensweise bei a).

4. Aufgabe:

Gegeben sei folgende Funktion  $f(x)$ :

$$f(x) = \begin{cases} x - 10 & \text{für } x > 100 \\ f(f(x + 11)) & \text{für } x \leq 100 \end{cases}$$

Finden Sie heraus, welchen Wert  $f(x)$  für bestimmte  $x$  hat.

Programmieren Sie dazu die Funktion als rekursive Methode in Java. Ergänzen Sie im Rumpf der Methode eine Ausgabe des aktuellen Wertes von  $x$ . Testen Sie das Programm mit verschiedenen Eingaben zwischen 0 und 120 und versuchen Sie, eine Systematik in den rekursiven Aufrufen zu finden.

5. Aufgabe:

Eine natürliche Zahl  $n$  werde als „smw-Zahl“ bezeichnet, wenn ihre von links nach rechts gelesene Ziffernfolge (Dezimalsystem) streng monoton wachsend ist. Es dürfen also auch keine zwei aufeinanderfolgenden Stellen gleich sein. Es sind außer bei  $n = 0$  keine führenden Nullen zugelassen.

Schreiben Sie eine Methode, die alle diese smw-Zahlen ermittelt und untereinander auf dem Bildschirm ausgibt.