Prof. Andreas Goerdt
M. Pippig, M. Riedel, U. Schönke

TU Chemnitz
Wintersemester 2003/2004

Algorithmen und Programmierung

2. Übung

1. Aufgabe:
   Schreiben Sie die folgenden Summen ohne $\sum$-Zeichen. Es gilt $n \in \mathbb{N}$.

   a) $\sum\limits_{0 \le n \le 5} \frac{1}{2n+1}$

   b) $\sum\limits_{0 \le n^2 \le 5} \frac{1}{2n^2+1}$

   c) $\sum\limits_{0 \le n^2 \le 5} \frac{1}{2n+1}$

2. Aufgabe:
   Sei $m \le n$. Werten Sie $\sum\limits_{m \le j \le n} j$ aus.

3. Aufgabe:
   Wir betrachten die Addition von zwei binären Zahlen $a = (x_{n-1}, x_{n-2}, \ldots, x_0)_2$ und $b = (y_{n-1}, y_{n-2}, \ldots, y_0)_2$. Sei c_l für $l \ge 0$ der Übertrag in (!) die l-te Stelle (also $c_0 = 0$). Zeigen Sie, dass gilt $c_l \le 1$ für $0 \le l \le n$ und $c_{n+1} = c_{n+2} = c_{n+3} = \ldots = 0$. Formulieren Sie eine geeignete Invariante.

4. Aufgabe:

   a) Schreiben Sie ein Java-Programm, dass zu einer eingegebenen Zahl $k \ge 0$ den Wert $k! = k \cdot (k-1) \cdot (k-2) \ldots 2 \cdot 1$ (Fakultät von k) in einer While-Schleife berechnet. Es ist $0! = 1$.

   b) Weisen Sie die Korrektheit des Programms nach. Formulieren Sie dazu zunächst eine geeignete Invariante und weisen Sie ihre Invarianzeigenschaft nach.

5. Aufgabe:
   Eine Kanne enthält insgesamt m schwarze und weiße Kaffeebohnen. Der folgende Prozess wird so lange wie möglich wiederholt: Nimm zwei Bohnen zufällig aus der Kanne. Sind sie von der selben Farbe, dann lege sie zur Seite und gib eine schwarze Bohne in die Kanne. Sind sie verschiedenfarbig, dann gib die weiße Bohne wieder in die Kanne und lege die schwarze Bohne zur Seite.

   a) Wie oft wiederholt sich der Prozess, bis es nicht mehr weitergeht?

b) Seien anfangs k schwarze und l weiße Bohnen, $k+l=m$, in der Kanne. Was können Sie über das Endergebnis sagen? Formulieren Sie eine Invariante, aus der sich das Ergebnis nachweisen lässt.
Hinweis: Unterscheiden Sie die Fälle k, l gerade oder ungerade.