Prof. Dr. A. Goerdt
A. Lanka

TU Chemnitz
Wintersemester 2005/2006
12.12.2005

Theoretische Informatik I

9. Übung

Geben Sie die Lösung der Aufgabe 2 bitte bis zum 16.12.2005 12:00 Uhr bei Ihrem Übungsleiter ab.

1. Aufgabe:

   Die Multiplikation von Matrizen ist assoziativ. Allerdings sind je nach Klammerung unterschiedlich viele skalare Multiplikationen notwendig:

   Betrachten wir beispielsweise die $k \times 5-$Matrix A, die $5 \times k-$Matrix B und die $k \times k-$Matrix C.

   Die Rechnung $(A \cdot B) \cdot C$ benötigt $5 \cdot k^2 + k^3$ Multiplikationen, während $A \cdot (B \cdot C)$ nur $10 \cdot k^2$ Multiplikationen benötigt, was für große k deutlich weniger ist.

   Sind nun n Matrizen $M_1, \ldots, M_n$ gegeben, interessiert man sich für die Klammerung des Produktes $M_1 \cdot \ldots \cdot M_n$, bei der die wenigsten Multiplikationen ausgeführt werden müssen.

   Entwerfen Sie einen Algorithmus, der – basierend auf dynamischer Programmierung – dieses Problem in einer Laufzeit von $O(n^3)$ löst.

   Die Eingabe sei ein Feld $D[0..n]$ mit den Dimensionen. Dabei steht $D[i-1]$ für die Anzahl der Zeilen vom M_i und $D[i]$ für die Anzahl der Spalten von M_i. In obigem Beispiel wäre D also $[k, 5, k, k]$.

2. Aufgabe:

   Seien zwei Zeichenfolgen z_1 und z_2 gegeben. Analog zur längsten gemeinsamen Teilfolge kann man die kürzeste gemeinsame Oberfolge definieren. Für $z_1 = abec$ und $z_2 = dbc$ wäre das $adbec$ oder auch $dabec$.

   Formulieren Sie einen Algorithmus, der mit Hilfe dynamischer Programmierung die kürzeste gemeinsame Oberfolge in Zeit $O(|z_1| \cdot |z_2|)$ findet.

3. Aufgabe:

   Entwerfen Sie einen Algorithmus, der in einem gegebenen gerichteten, gewichteten Graphen den längsten einfachen Weg von u nach v in Zeit $O(n^2 \cdot 2^n)$ berechnet.