Prof. Dr. A. Goerdt
A. Lanka

TU Chemnitz
Wintersemester 2005/2006
15.01.2006

Theoretische Informatik I

12. Übung

Geben Sie die Lösung der Aufgabe 3.a) bitte bis zum 20.01.2006 bei Ihrem Übungsleiter ab oder senden Sie sie an `ti1-hausaufgaben@informatik.tu-chemnitz.de`.

1. Aufgabe:

   Wir betrachten die branch-and-bound-Schranken $S_1, \ldots, S_4$ der Vorlesung für das TSP.

   a) Zeigen Sie für $i = 1, 2, 3$: $S_i(M) = S_i(M^t)$ (M^t ist die zu M transponierte Matrix).

   b) Finden Sie eine Beispielmatrix M, für die $S_4(M) \neq S_4(M^t)$ ist.

2. Aufgabe:

   Der offizielle branch-and-bound-Algorithmus am Beispiel des Handlungsreisenden geht folgendermaßen:

   Es wird eine Art Breitensuche im Backtracking-Baum gemacht. Die Front des Breitensuchbaums wird in einem Heap (angeordnet gemäß der $S(M)$) gespeichert. Ist das Minimum im Heap echt kleiner als das Minimum der Kosten aller bisher gefundenen Rundreisen, wird der entsprechende Knoten im Backtrackingbaum expandiert. Andernfalls wird der Algorithmus beendet.

   Demonstrieren Sie den Baum mit $S(M) = S_4(M)$ und dem Eingangsbeispiel der Vorlesung. Wählen Sie für die erste Verzweigung die Kante $(2, 1)$ und machen Sie eine interessante Beobachtung!

3. Aufgabe:

   Ein ungerichteter Graph hat genau dann einen Eulerkreis, wenn G zusammenhängend ist und alle Knoten einen geraden Grad haben.

   a) Konstruieren Sie aus dem Beweis dieser Aussage (vgl. Vorlesung) einen polynomiellen Algorithmus, der zu einem gegebenen Graphen $G = (V, E)$ einen Eulerkreis ausgibt, falls ein solcher in G existiert. Analysieren Sie seine Laufzeit.

   b) Um die Laufzeit $O(|V| + |E|)$ zu erreichen, muß der Algorithmus eine gefundene Kante in $O(1)$ aus dem Graphen löschen können. Überlegen Sie sich, warum dies mit der herkömmlichen Adjazenzlistendarstellung kaum möglich ist.

      Entwickeln Sie die Adjazenzliste zu einer Datenstruktur weiter, die es ermöglicht, eben dies in $O(1)$ zu erreichen.

   c) Geben Sie ein Verfahren an, wie eine gegebene Adjazenzliste in Linearzeit in Ihre Datenstruktur umgewandelt werden kann.