

Theorie der Programmiersprachen

3. Übung

1. Aufgabe:

Eine Formelmenge M_0 heißt ein *Axiomensystem* für eine Formelmenge M , falls

$$\{\mathcal{A} \mid \mathcal{A} \text{ ist Modell für } M_0\} = \{\mathcal{A} \mid \mathcal{A} \text{ ist Modell für } M\}.$$

M heißt *endlich axiomatisierbar*, falls es ein endliches Axiomensystem für M gibt. Es sei $\{F_1, F_2, F_3, \dots\}$ ein Axiomensystem für eine gewisse Menge M , wobei für $n = 1, 2, 3, \dots$ gilt: $\models (F_{n+1} \rightarrow F_n)$ und $\not\models (F_n \rightarrow F_{n+1})$. Man zeige: M ist nicht endlich axiomatisierbar. Zeigen Sie dafür zunächst: Die Menge $\{F_1, F_2, F_3, \dots\}$ enthält unendlich viele Atomformeln.

Sei M die Menge der Tautologien. Ist M endlich axiomatisierbar?

2. Aufgabe:

Geben Sie für

$$F = \{\{A, B, \neg C\}, \{\neg A\}, \{A, B, C\}, \{A, \neg B\}\}$$

die Menge $Res^*(F)$ an und leiten Sie eine Herleitung der leeren Klausel ab.

3. Aufgabe:

Man zeige mittels der Resolutionsmethode, dass $A \wedge B \wedge C$ eine Folgerung aus der Formelmenge

$$F = \{\{\neg A, B\}, \{\neg B, C\}, \{A, \neg C\}, \{A, B, C\}\}$$

ist.

4. Aufgabe:

Man zeige mit der Resolutionsmethode, dass

$$F = (\neg B \wedge \neg C \wedge D) \vee (\neg B \wedge \neg D) \vee (C \wedge D) \vee B$$

eine Tautologie ist.

5. Aufgabe:

Stellen Sie für

$$F = \{\{A, B, \neg C\}, \{\neg A\}, \{A, B, C\}, \{A, \neg B\}\}$$

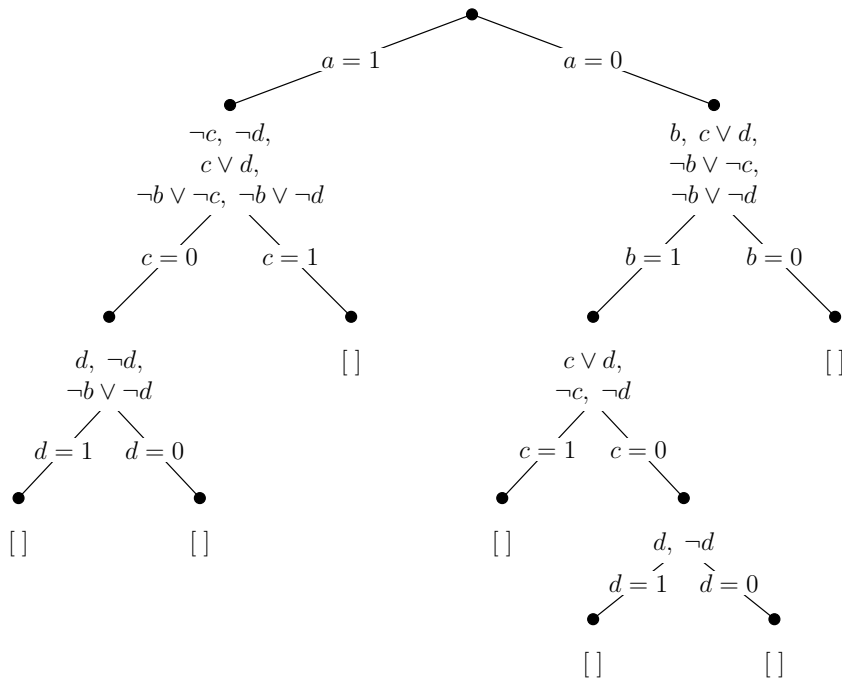
einen Backtracking-Baum auf und konstruieren Sie den zugehörigen Resolutionsbeweis!

6. Aufgabe:

Leiten Sie aus dem folgenden Backtracking-Baum (aus der Vorlesung) den zugehörigen Resolutionsbeweis ab!

Variablen: a, b, c, d

Klauseln: $a \vee b, c \vee d, \neg a \vee \neg c, \neg a \vee \neg d, \neg b \vee \neg c, \neg b \vee \neg d$



7. Aufgabe:

Sei F eine Klauselmeng mit m Klauseln, in der die atomaren Formeln A_1, \dots, A_n vorkommen. Wie groß ist $|Res^*(F)|$ maximal?