

## Theorie der Programmiersprachen

### 12. Übung

1. Aufgabe:

Man zeige, dass für jede Klauselmenge  $F$  gilt:

Es gibt einen Einheitsresolutionsbeweis der leeren Klausel aus  $F$  genau dann, wenn es einen Input-Resolutionsbeweis gibt.

2. Aufgabe:

Man formuliere das folgende Rätsel in der Prädikatenlogik und verwende die Antwortprädikatmethode, um es zu lösen.

Tom, Mike und John gehören dem Alpenverein an. Jedes Mitglied des Alpenvereins ist entweder Skifahrer oder Bergsteiger oder beides. Kein Bergsteiger liebt den Regen und alle Skifahrer lieben den Schnee. Mike liebt alles, was Tom nicht liebt und umgekehrt. Mike und John lieben den Schnee.

Gibt es ein Mitglied des Alpenvereins, das Bergsteiger ist und kein Skifahrer? Wer ist dies?

3. Aufgabe:

Das in der Vorlesung vorgestellte Logik-Programm für die Addition kann auch zum Subtrahieren verwendet werden. Wie?

4. Aufgabe:

Man formuliere ein Logik-Programm für die Addition, das auf folgender rekursiver Darstellung beruht:

$$\begin{aligned}x + 0 &= x \\x + y' &= x' + y.\end{aligned}$$

Man berechne, was  $2+3$  ist.

## 5. Aufgabe:

Wir betrachten folgendes Hornklauselprogramm über

- einem 3-stelligen Prädikatsymbol  $Ad$
- einer Konstanten 0 genannt
- einer einstelligen Funktion  $S$
- Variablen  $x, y, z$ .

$$\begin{aligned} & Ad(0, 0, 0) \\ & Ad(S(z), S(x), y) \leftarrow Ad(z, x, y) \\ & Ad(S(z), x, S(y)) \leftarrow Ad(z, x, y) \end{aligned}$$

In der Interpretation mit Grundmenge der natürlichen Zahlen, 0 als Null und  $S$  als Addition mit 1 berechnet das Programm  $x + y$  in  $z$ .

- a) Wir wollen  $3+4$  ausrechnen. Dabei steht der Term  $S^n(0)$  für die Zahl  $n$ . Geben Sie die Formel in KNF an, die man dazu zum Widerspruch führt. *Alle* Klauseln und Quantoren.
- b) Führen Sie die Berechnung (SLD-Resolutionsbeweis) des Programms zur Ermittlung von  $1+1$ ,  $1 = S(0)$  vor. Alle verwendeten Unifikatoren, außerdem Variablenumbenennungen nicht vergessen.
- c) Betrachten Sie folgende Interpretation:
  - Grundmenge ist wieder die Menge der natürlichen Zahlen
  - die Operation  $S$  ist als die Identität,  $S(x) = x$  definiert
  - 0 wird als die Zahl 1 aufgefasst
  - $Ad$  steht für die Multiplikation der zweiten und dritten Stelle auf der ersten.
  - i. Warum ist Ihre dem Teil (5b) zu Grunde liegende Formel auch in dieser Interpretation falsch?
  - ii. Demonstrieren Sie das durch „Hochgehen im Beweis“ von (5b).
  - iii. Gehen Sie zusätzlich in der ursprünglichen Interpretation im Beweis hoch und zeigen Sie damit, dass die Interpretation kein Modell ist.
    - Geben Sie den einzuschlagenden Weg im Beweis an.
    - Geben Sie für jede Klausel auf dem Weg an, welche natürlichen Zahlen sich für die Variablen und Konstanten der Klausel ergeben.
    - Geben Sie zu jeder Klausel des Weges an, wie sie in der Interpretation zu lesen ist.