Prof. Dr. Andreas Goerdt

TU Chemnitz
Wintersemester 2009/10
30.10.2009

Theorie der Programmiersprachen

3. Übung

1. Aufgabe:

   Eine Formelmenge M_0 heißt ein *Axiomensystem* für eine Formelmenge M, falls

   $$\{\mathcal{A}|\mathcal{A} \text{ ist Modell für } M_0\} = \{\mathcal{A}|\mathcal{A} \text{ ist Modell für } M\}\,.$$

   M heißt *endlich axiomatisierbar*, falls es ein endliches Axiomensystem für M gibt. Es sei $\{F_1, F_2, F_3, \ldots\}$ ein Axiomensystem für eine gewisse Menge M, wobei für $n = 1, 2, 3, \ldots$ gilt: $\models (F_{n+1} \rightarrow F_n)$ und $\not\models (F_n \rightarrow F_{n+1})$. Man zeige: M ist nicht endlich axiomatisierbar. Zeigen Sie dafür zunächst: Die Menge $\{F_1, F_2, F_3, \ldots\}$ enthält unendlich viele Atomformeln.

   Sei M die Menge der Tautologien. Ist M endlich axiomatisierbar?

2. Aufgabe:

   Geben Sie für
   $$F = \{\{A, B, \neg C\}, \{\neg A\}, \{A, B, C\}, \{A, \neg B\}\}$$
   die Menge $Res^*(F)$ an und leiten Sie eine Herleitung der leeren Klausel ab.

3. Aufgabe:

   Man zeige mittels der Resolutionsmethode, dass $A \wedge B \wedge C$ eine Folgerung aus der Formelmenge

   $$F = \{\{\neg A, B\}, \{\neg B, C\}, \{A, \neg C\}, \{A, B, C\}\}$$

   ist.

4. Aufgabe:

   Man zeige mit der Resolutionsmethode, dass

   $$F = (\neg B \wedge \neg C \wedge D) \vee (\neg B \wedge \neg D) \vee (C \wedge D) \vee B$$

   eine Tautologie ist.

5. Aufgabe:

   Stellen Sie für

$$F = \{\{A, B, \neg C\}, \{\neg A\}, \{A, B, C\}, \{A, \neg B\}\}$$

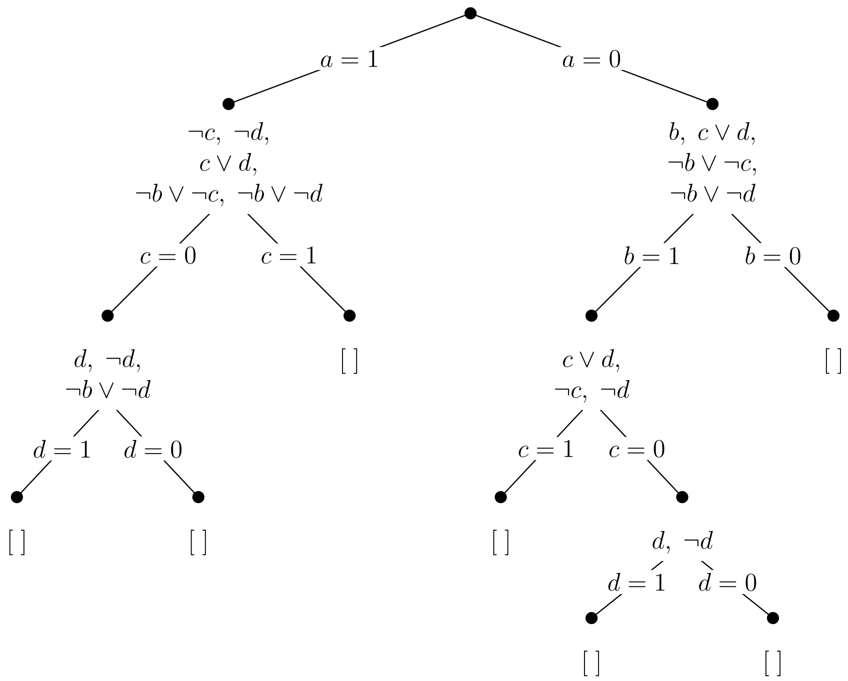
   einen Backtracking-Baum auf und konstruieren Sie den zugehörigen Resolutionsbeweis!

6. Aufgabe:

   Leiten Sie aus dem folgenden Backtracking-Baum (aus der Vorlesung) den zugehörigen Resolutionsbeweis ab!

   Variablen: $a,\ b,\ c,\ d$

   Klauseln: $a \vee b,\ c \vee d,\ \neg a \vee \neg c,\ \neg a \vee \neg d,\ \neg b \vee \neg c,\ \neg b \vee \neg d$



7. Aufgabe:

   Sei F eine Klauselmenge mit m Klauseln, in der die atomaren Formeln $A_1, \ldots, A_n$ vorkommen. Wie groß ist $|Res^*(F)|$ maximal?