Prof. Dr. Andreas Goerdt

TU Chemnitz
Wintersemester 2009/10
20.11.2009

Theorie der Programmiersprachen

6. Übung

1. Aufgabe:

   Geben Sie zu
   $$F = \forall x \exists y P(x, f(y)) \wedge \forall y(Q(x, y) \vee R(x))$$
   die äquivalente, bereinigte Form an.

2. Aufgabe:

   Formulieren Sie einen Algorithmus zur Erstellung von äquivalenten Formeln in bereinigter Pränexform.

3. Aufgabe:

   Geben Sie zu
   $$F = (\forall x \exists y P(x, g(y, f(x))) \vee \neg Q(z)) \vee \neg \forall x R(x, y)$$
   die äquivalente, bereinigte Pränexform an.

4. Aufgabe:

   Wiederholen Sie den Ablauf des Algorithmus' zur Erstellung der Skolemform.

   Geben Sie zu
   $$F = \forall x \exists y \forall z \exists w(\neg P(a, w) \vee Q(f(x), y))$$
   die Skolemform an unter Nutzung des Algorithmus' aus der Vorlesung.

5. Aufgabe:

   Wir betrachten die Formel:
   $$F = \forall x \exists y \forall z \exists u \, Q(x, y) \wedge Q(u, f(y, z)).$$

   a) Geben Sie dazu die Skolemform an unter Nutzung des Algorithmus' aus der Vorlesung.

   b) Betrachten wir nun die folgende Struktur $\mathcal{A} = (U_{\mathcal{A}}, I_{\mathcal{A}})$ mit $U_{\mathcal{A}} = \mathbb{Q}$ und $I_{\mathcal{A}}(Q) = Q^{\mathcal{A}} = \{(x, y) \colon x, y \in U_{\mathcal{A}}, x < y\}, I_{\mathcal{A}}(f) = f^{\mathcal{A}} =$ Additionsfunktion auf $U_{\mathcal{A}}$ ($f^{\mathcal{A}}(x, y) = x + y$). Überzeugen Sie sich davon, dass $\mathcal{A}$ ein Modell von F ist. Geben Sie für diesen Fall geeignete Skolemfunktionen an (Beachten Sie die Abhängigkeiten der Skolemfunktionen voneinander!).

c) Geben Sie für die Skolemform von F ein Modell $\mathcal{A}$ mit $U_{\mathcal{A}} = \mathbb{N}$ an und zeigen Sie, dass $\mathcal{A}$ auch ein Modell von F ist.

6. Aufgabe:

   Geben Sie zu

   $$F = \forall z \exists y (P(x, g(y), z) \vee \neg \forall x Q(x)) \wedge \neg \forall z \exists x \neg R(f(x, z), z)$$

   die bereinigte Form, die Pränexform und die Skolemform an.

7. Aufgabe:

   Geben Sie zu

   $$F = (\neg \exists x (P(x, z) \vee \forall y Q(x, f(y))) \vee \forall y P(g(z, y), z))$$

   die bereinigte Form, die Pränexform, die Skolemform und die Darstellung als Klauselmenge an.