

# Theoretische Informatik I

## 1. Übung

**1. Aufgabe:** Seien  $A$  und  $B$  endliche Mengen.

- (a) Wieviele Funktionen  $f : A \rightarrow B$  gibt es?
- (b) Wieviele *injektive* Funktionen  $f : A \rightarrow B$  gibt es, wenn  $|A| \leq |B|$  gilt?
- (c) Wieviele Teilmengen von  $A$  mit genau  $2, 3, 4, \dots, k$  Elementen gibt es?

Beweisen Sie jeweils Ihre Aussagen.

**2. Aufgabe:** Sei  $G = (V, E)$  ein *gerichteter* Graph mit  $n$  Knoten und allen möglichen Kanten.

- (a) Zwei Wege  $(v_0, v_1, \dots, v_k)$  und  $(w_0, w_1, \dots, w_k)$  in  $G$  sind genau dann gleich, wenn alle Knoten in Anzahl und Reihenfolge übereinstimmen. Das heißt wenn  $v_0 = w_0, v_1 = w_1, \dots, v_k = w_k$  ist.

Wieviele verschiedene Wege der Länge  $k$  kann  $G$  maximal besitzen?

- (b) Zwei Dreiecke (Kreise der Länge 3)  $(v_0, v_1, v_2, v_0)$  und  $(w_0, w_1, w_2, w_0)$  sind genau dann gleich, wenn  $(v_0, v_1, v_2) = (w_0, w_1, w_2)$  oder  $(v_0, v_1, v_2) = (w_1, w_2, w_0)$  oder  $(v_0, v_1, v_2) = (w_2, w_0, w_1)$  ist. Das verdeutlicht nachfolgendes *Beispiel*:

Der Graph  $G$  enthalte das Dreieck  $(1, 2, 3, 1)$ . Dann handelt es sich bei den Dreiecken  $(2, 3, 1, 2)$  und  $(3, 1, 2, 3)$  um das gleiche Dreieck. Aber  $(1, 3, 2, 1)$  ist ein anderes Dreieck.

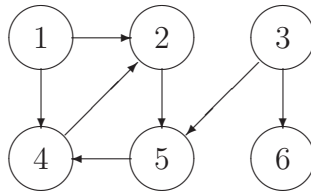
Wieviele verschiedene Dreiecke kann  $G$  maximal besitzen?

- (c) Zwei Kreise  $(v_0, v_1, \dots, v_k = v_0)$  und  $(w_0, w_1, \dots, w_k = w_0)$  der Länge  $k$  sind genau dann gleich, wenn es ein  $i$  gibt, so dass gilt:

$$(w_i, w_{i+1}, \dots, w_k, w_1, \dots, w_i) = (v_0, v_1, \dots, v_k)$$

Wieviele verschiedene Kreise der Länge  $k$  kann  $G$  maximal besitzen?

**3. Aufgabe:** Gegeben sei folgender gerichteter Graph  $G$ .



- (a) Stellen Sie  $G$  in den Ihnen bekannten Formen (Adjazenzlisten, Adjazenzmatrix, Arrays) dar.
- (b) Führen Sie die Breitensuche auf  $G$  beginnend bei Knoten 3 durch. Stellen Sie den Inhalt der Schlange  $Q$  und des Arrays  $col$  nach jedem Schritt dar.
- (c) Formulieren Sie die Operationen der *Schlange*, wie in der Vorlesung vorgestellt, in Pseudocode.

**4. Aufgabe:**

- (a) Geben Sie einen einfachen Algorithmus an, der die Anzahl der Kreise mit Länge 2 in einem gegebenen gerichteten Graphen ermittelt.
- (b) Geben Sie einen weiteren Algorithmus für dieses Problem an, der lediglich eine Matrizenmultiplikation und einige Additionen durchführt.