Prof. Dr. A. Goerdt
L. Falke

TU Chemnitz
Wintersemester 2015/2016
15.01.2016

Theoretische Informatik I

13. Übung

Geben Sie die Lösungen der Aufgaben *1(a) bis 1(c) und 3* bitte bis zum *25.01.2016* ab. (Briefkasten vorm Raum 1/266 oder per eMail an `falu@informatik.tu-chemnitz.de`, *Betreff:* `TI1 Hausaufgaben`)

1. Aufgabe: Wir betrachten das Problem des *Handlungsreisenden* und die *Branch-and-Bound-Schranken* $S_1, \ldots, S_4$ aus der Vorlesung.

(a) Zeigen Sie für $i = 1, 2, 3$, dass $S_i(M) = S_i(M^T)$. Dabei ist M^T die zu M transponierte Matrix.

(b) Finden Sie eine Beispielmatrix M, für die $S_4(M) \neq S_4(M^T)$ ist und geben Sie jeweils den Wert der Schranke an.

(c) Finden Sie eine Matrix M, so dass $S_4(M) < S_3(M) < S_4(M^T)$ gilt und geben Sie jeweils den Wert der Schranke an.

(d) Zeigen Sie, dass $S_2(M) \leq S_3(M) \leq S_1(M)$ und $S_3(M) \leq \max\{S_4(M), S_4(M^T)\}$ gilt.

2. Aufgabe: Der offizielle *Branch-and-Bound-Algorithmus* am Beispiel des Handlungsreisenden funktioniert folgendermaßen:

- Es wird eine Art Breitensuche im Backtracking-Baum durchgeführt.
- Die Front des Breitensuchbaums wird in einem Heap – angeordnet gemäß der Schranke $S(M)$ – gespeichert.
- Ist das Minimum im Heap echt kleiner als das Minimum der Kosten aller bisher gefundenen Rundreisen, wird der entsprechende Knoten im Backtracking-Baum expandiert.
- Anderenfalls wird der Algorithmus beendet.

Zeichnen Sie den Baum mit der Schranke $S(M) = S_4(M)$ aus der Vorlesung und der folgenden Matrix.

$$M = \begin{pmatrix} \infty & 10 & 15 & 20 \\ 5 & \infty & 9 & 10 \\ 6 & 13 & \infty & 12 \\ 8 & 8 & 9 & \infty \end{pmatrix}$$

Wählen Sie für die erste Verzweigung die Kante $(1, 2)$ und machen Sie eine interessante Beobachtung!

3. Aufgabe: Zeigen Sie durch Abzählen:

> In jedem ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ gibt es einen Schnitt (S_1, S_2), in dem (mindestens) die Hälfte aller Kanten liegen.

Hinweis: Betrachten sie alle möglichen Schnitte und überlegen Sie, zu wievielen dieser Schnitte eine Kante gehören kann.