Prof. Dr. A. Goerdt
Dr. L. Falke

TU Chemnitz
Wintersemester 2017/2018
22.12.2017

Theorie der Programmiersprachen

6. Übung

1. Aufgabe: Man zeige, dass folgendes Korrespondenzproblem eine Lösung besitzt:

$$\begin{array}{llll} x_1 = 001 & x_2 = 01 & x_3 = 01 & x_4 = 10 \\ y_1 = 0 & y_2 = 011 & y_3 = 101 & y_4 = 001 \end{array}$$

Achtung: die kürzeste Lösung besteht aus 66 Indizes. Ohne Computereinsatz kann man dieses Problem jedoch auch „von Hand" lösen, wenn man die Lösung rückwärts aufbaut.

Hinweis: offensichtlich ist der letzte Index $i_{66} = 3$, da nur x_3 und y_3 eine gemeinsame abschließende Bitfolge „01" haben.

2. Aufgabe: Gegeben sei das Post'sche Korrespondenzproblem $(x_1, y_1) = (1, 11)$.

(a) Geben Sie dazu die Formel F analog zur Vorlesung an. Siehe den Beweis der Unentscheidbarkeit des Gültigkeitsproblems in der Prädikatenlogik).

(b) Geben Sie eine *Herbrandinterpretation* für die Formel F an.

(c) Geben Sie eine *Herbrandstruktur* an, die kein Modell für F ist.

3. Aufgabe: Man zeige, dass das Post'sche Korrespondenzproblem über dem einelementigen Alphabet entscheidbar ist.

Hinweis: Ist das Post'sche Korrenspondenzproblem $(x_1, y_1), \ldots, (x_k, y_k)$ gegeben, so gibt es keine Lösung, falls

$$|x_i| \gneqq |y_i| \; \forall i \in \{1, \ldots, k\} \quad \text{bzw.} \quad |x_i| \lneqq |y_i| \; \forall i \in \{1, \ldots, k\}$$

gilt. Dabei bezeichne $|\cdot|$ die Anzahl der Zeichen.

4. Aufgabe: Man zeige, dass das *Gültigkeitsproblem* (und damit auch das *Erfüllbarkeitsproblem*) der Prädikatenlogik bereits für Formeln ohne Funktionssymbole *unentscheidbar* ist.

5. Aufgabe: Man zeige, dass die folgende Variante des Post'schen Korrespondenzproblemes entscheidbar ist.
Gegeben sei eine endliche Folge von Wortpaaren $(x_1, y_1), \ldots, (x_k, y_k)$, wobei $x_i,\; y_i \in \{0,1\}^+$. Gibt es Folgen von Indizes $i_1, i_2, \ldots, i_n,\; n \geq 1$, und $j_1, j_2, \ldots, j_m,\; m \geq 1$ mit $x_{i_1} x_{i_2} \ldots x_{i_n} = y_{j_1} y_{j_2} \ldots y_{j_m}$?

6. Aufgabe: Man zeige, dass das Post'sche Korrespondenzproblem *semientscheidbar* ist.