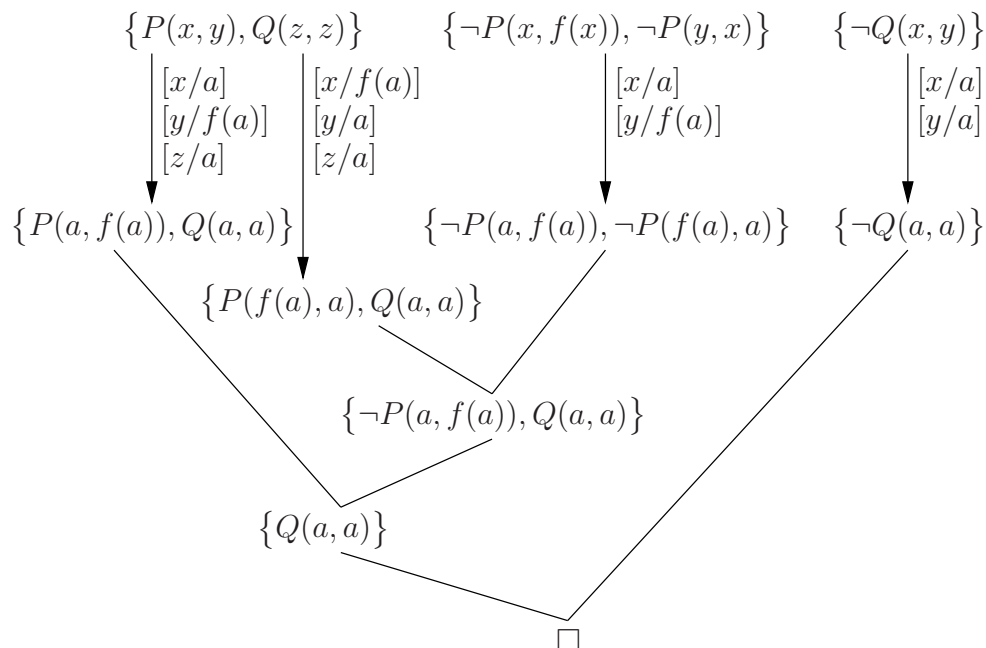


Theorie der Programmiersprachen

9. Übung

1. Aufgabe: Wir betrachten den folgenden Grundresolutionsbeweis.



Vollziehen Sie anhand des Beweises des Lifting-Lemmas nach, welcher prädikatenlogische Resolutionsbeweis hieraus entsteht.

2. Aufgabe: Bei endlichen aussagenlogischen Klauselmengen F ist $Res^*(F)$ immer eine endliche Menge. Man gebe eine endliche prädikatenlogische Klauselmenge F an, so dass für alle n gilt:

$$Res^n(F) \neq Res^*(F).$$

3. Aufgabe: Man formuliere das folgende Rätsel in der Prädikatenlogik und verwende die Antwortprädikatmethode, um es zu lösen.

Tom, Mike und John gehören dem Alpenverein an. Jedes *Mitglied* des Alpenvereins ist entweder *Skifahrer* oder *Bergsteiger* oder beides. Kein Bergsteiger liebt den *Regen* und alle Skifahrer lieben den *Schnee*. Mike liebt alles, was Tom nicht liebt und umgekehrt. Mike und John lieben den Schnee.

Gibt es ein Mitglied des Alpenvereins, das Bergsteiger ist und kein Skifahrer? Wer ist dies?

4. **Aufgabe:** Wir betrachten folgendes Hornklauselprogramm über

- einem 3-stelligen Prädikatsymbol Ad
- einer Konstanten 0 genannt
- einer einstelligen Funktion S
- Variablen x, y, z .

$$\begin{aligned} & Ad(0, 0, 0) \\ Ad(s(z), s(x), y) & \leftarrow Ad(z, x, y) \\ Ad(s(z), x, s(y)) & \leftarrow Ad(z, x, y) \end{aligned}$$

In der Interpretation mit Grundmenge der natürlichen Zahlen, „0“ als Null und s als Addition mit 1 berechnet das Programm $x + y$ in z .

- (a) Wir wollen „ $3 + 4$ “ ausrechnen. Dabei steht der Term $s^n(0)$ für die Zahl n . Geben Sie die Formel in KNF an, die man dazu zum Widerspruch führt. *Alle* Klauseln und Quantoren.
- (b) Führen Sie die Berechnung (SLD-Resolutionsbeweis) des Programms zur Ermittlung von „ $1 + 1$ “, $1 = s(0)$ vor. Alle verwendeten Unifikatoren, außerdem Variablenumbenennungen nicht vergessen.
- (c) Betrachten Sie folgende Interpretation:
 - Grundmenge ist wieder die Menge der natürlichen Zahlen
 - die Operation s ist als die Identität, $s(x) = x$ definiert
 - „0“ wird als die Zahl 1 aufgefasst
 - Ad steht für die *Multiplikation* der zweiten und dritten Stelle auf der ersten.
 - (i) Warum ist Ihre dem Teil (b) zu Grunde liegende Formel auch in dieser Interpretation *falsch*?
 - (ii) Demonstrieren Sie das durch „Hochgehen im Beweis“ von (b).
 - (iii) Gehen Sie zusätzlich in der ursprünglichen Interpretation im Beweis hoch und zeigen Sie damit, dass die Interpretation kein Modell ist.
 - Geben Sie den einzuschlagenden Weg im Beweis an.
 - Geben Sie für jede Klausel auf dem Weg an, welche natürlichen Zahlen sich für die Variablen und Konstanten der Klausel ergeben.
 - Geben Sie zu jeder Klausel des Weges an, wie sie in der Interpretation zu lesen ist.

5. Aufgabe: Das in der Vorlesung vorgestellte Logikprogramm für die Addition kann auch zum Subtrahieren verwendet werden. Wie geht das?

6. Aufgabe: Man formuliere ein Logikprogramm für die Addition, das auf der folgenden rekursiven Darstellung beruht:

$$\begin{aligned}x + 0 &= x \\x + y' &= x' + y.\end{aligned}$$

Dabei bezeichnet x' den Nachfolger von x . Man berechne, was „ $2 + 3$ “ ist.