

Theoretische Informatik I

1. Übung

1. Aufgabe: Seien A und B endliche Mengen.

- (a) Wieviele Funktionen $f : A \rightarrow B$ gibt es?
- (b) Wieviele *injektive* Funktionen $f : A \rightarrow B$ gibt es, wenn $|A| \leq |B|$ gilt?
- (c) Wieviele Teilmengen von A mit genau $2, 3, 4, \dots, k$ Elementen gibt es?

Beweisen Sie jeweils Ihre Aussagen.

2. Aufgabe: Sei $G = (V, E)$ ein *gerichteter* Graph mit n Knoten und allen möglichen Kanten.

- (a) Zwei Wege (v_0, v_1, \dots, v_k) und (w_0, w_1, \dots, w_k) in G sind genau dann gleich, wenn alle Knoten in Anzahl und Reihenfolge übereinstimmen. Das heißt wenn $v_0 = w_0, v_1 = w_1, \dots, v_k = w_k$ ist.

Wieviele verschiedene Wege der Länge k kann G maximal besitzen?

- (b) Zwei Dreiecke (Kreise der Länge 3) (v_0, v_1, v_2, v_0) und (w_0, w_1, w_2, w_0) sind genau dann gleich, wenn $(v_0, v_1, v_2) = (w_0, w_1, w_2)$ oder $(v_0, v_1, v_2) = (w_1, w_2, w_0)$ oder $(v_0, v_1, v_2) = (w_2, w_0, w_1)$ ist. Das verdeutlicht nachfolgendes *Beispiel*:

Der Graph G enthalte das Dreieck $(1, 2, 3, 1)$. Dann handelt es sich bei den Dreiecken $(2, 3, 1, 2)$ und $(3, 1, 2, 3)$ um das gleiche Dreieck. Aber $(1, 3, 2, 1)$ ist ein anderes Dreieck.

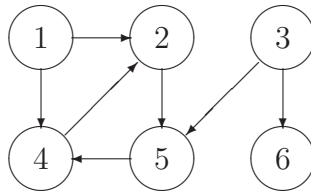
Wieviele verschiedene Dreiecke kann G maximal besitzen?

- (c) Zwei Kreise $(v_0, v_1, \dots, v_k = v_0)$ und $(w_0, w_1, \dots, w_k = w_0)$ der Länge k sind genau dann gleich, wenn es ein i gibt, so dass gilt:

$$(w_i, w_{i+1}, \dots, w_k, w_1, \dots, w_i) = (v_0, v_1, \dots, v_k)$$

Wieviele verschiedene Kreise der Länge k kann G maximal besitzen?

3. Aufgabe: Gegeben sei folgender gerichteter Graph G .



- (a) Stellen Sie G in den Ihnen bekannten Formen (Adjazenzlisten, Adjazenzmatrix, Arrays) dar.
- (b) Führen Sie die Breitensuche auf G beginnend bei Knoten 3 durch. Stellen Sie den Inhalt der Schlange Q und des Arrays col nach jedem Schritt dar.
- (c) Formulieren Sie die Operationen der *Schlange*, wie in der Vorlesung vorgestellt, in Pseudocode.

4. Aufgabe:

- (a) Geben Sie einen einfachen Algorithmus an, der die Anzahl der Kreise mit Länge 2 in einem gegebenen gerichteten Graphen ermittelt.
- (b) Geben Sie einen weiteren Algorithmus für dieses Problem an, der lediglich eine Matrizenmultiplikation und einige Additionen durchführt.