Prof. Dr. A. Goerdt
Julian Pape-Lange

TU Chemnitz
Wintersemester 2019/2020
08.11.2019

Theorie der Programmiersprachen

4. Übung

1. Aufgabe: Demonstrieren Sie den Lauf des Polynomialzeitalgorithmus für *Hornformeln* anhand der folgenden Formeln.

$$\begin{aligned} F &= (A \to 0) \wedge \big((B \wedge C) \to A\big) \wedge (1 \to B) \wedge (B \to C) \\ G &= (A \to 0) \wedge \big((B \wedge C) \to A\big) \wedge (1 \to C) \end{aligned}$$

Geben Sie eine möglichst gute Laufzeitabschätzung bei Formelgröße m und Variablenzahl n an.

2. Aufgabe: Geben Sie eine Formel an, zu der es keine *äquivalente Hornformel* gibt und begründen Sie, warum dies so ist.

3. Aufgabe: Angenommen, Sie können die folgenden chemischen Reaktionen durchführen:

$$\mathrm{MgO} + \mathrm{H_2} \to \mathrm{Mg} + \mathrm{H_2O}$$

$$\mathrm{C} + \mathrm{O_2} \to \mathrm{CO_2}$$

$$\mathrm{H_2O} + \mathrm{CO_2} \to \mathrm{H_2CO_3}$$

Sie haben außerdem MgO, H_2, O_2 und C in hinreichend großer Menge gegeben. Beweisen Sie mit Hilfe des Hornformel-Algorithmus, dass Sie H_2CO_3 herstellen können.

4. Aufgabe: Paul behauptet, er habe den Endlichkeitssatz widerlegt. Er erklärt, dass die Menge $\mathbf{M} = \{F_i | i \in \mathbb{N}\}$ mit

$$F_i := (\neg A_i) \wedge \left(\bigvee_{j=1}^{\infty} A_j \right)$$

einen Widerspruch zum Endlichkeitssatz bilde, da

- **M** unendlich viele Formeln enthalte.
- Jede endliche Teilmenge von **M** erfüllbar sei.
- Nicht alle Formeln aus **M** gleichzeitig erfüllbar seien.

Welche seiner Aussagen stimmt nicht?

5. Aufgabe: Sei L eine *beliebige unendliche* Menge von natürlichen Zahlen, dargestellt als Binärzahlen. Beweisen Sie, dass es eine unendliche Folge $w_1, w_2, w_3, \ldots$ von *paarweise verschiedenen* Binärzahlen gibt, so dass w_i Anfangsstück von w_{i+1} und von mindestens einem Element aus L ist. $(i = 1, 2, 3, \ldots)$
Hinweis: Es ist bei dieser Aufgabe sinnvoll, sich an dem Beweis des Endlichkeitssatzes zu orientieren, der am 05.11.2018 in der Vorlesung besprochen wurde (und auch im Schöning steht).