

Theorie der Programmiersprachen

4. Übung

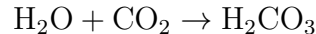
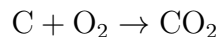
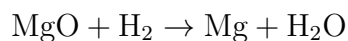
1. Aufgabe: Demonstrieren Sie den Lauf des Polynomialzeitalgorithmus für *Hornformeln* anhand der folgenden Formeln.

$$\begin{aligned} F &= (A \rightarrow 0) \wedge ((B \wedge C) \rightarrow A) \wedge (1 \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \\ G &= (A \rightarrow 0) \wedge ((B \wedge C) \rightarrow A) \wedge (1 \rightarrow C) \end{aligned}$$

Geben Sie eine möglichst gute Laufzeitabschätzung bei Formelgröße m und Variablenzahl n an.

2. Aufgabe: Geben Sie eine Formel an, zu der es keine *äquivalente Hornformel* gibt und begründen Sie, warum dies so ist.

3. Aufgabe: Angenommen, Sie können die folgenden chemischen Reaktionen durchführen:



Sie haben außerdem MgO, H₂, O₂ und C in hinreichend großer Menge gegeben. Beweisen Sie mit Hilfe des Hornformel-Algorithmus, dass Sie H₂CO₃ herstellen können.

4. Aufgabe: Paul behauptet, er habe den Endlichkeitssatz widerlegt. Er erklärt, dass die Menge $\mathbf{M} = \{F_i | i \in \mathbb{N}\}$ mit

$$F_i := (\neg A_i) \wedge \left(\bigvee_{j=1}^{\infty} A_j \right)$$

einen Widerspruch zum Endlichkeitssatz bilde, da

- \mathbf{M} unendlich viele Formeln enthalte.
- Jede endliche Teilmenge von \mathbf{M} erfüllbar sei.
- Nicht alle Formeln aus \mathbf{M} gleichzeitig erfüllbar seien.

Welche seiner Aussagen stimmt nicht?

5. Aufgabe: Sei L eine beliebige unendliche Menge von natürlichen Zahlen, dargestellt als Binärzahlen. Beweisen Sie, dass es eine unendliche Folge w_1, w_2, w_3, \dots von paarweise verschiedenen Binärzahlen gibt, so dass w_i Anfangsstück von w_{i+1} und von mindestens einem Element aus L ist. ($i = 1, 2, 3, \dots$)

Hinweis: Es ist bei dieser Aufgabe sinnvoll, sich an dem Beweis des Endlichkeitssatzes zu orientieren, der am 05.11.2018 in der Vorlesung besprochen wurde (und auch im Schöning steht).