Prof. Dr. A. Goerdt
Julian Pape-Lange

TU Chemnitz
Wintersemester 2019/2020
06.12.2018

Theorie der Programmiersprachen

8. Übung

1. Aufgabe: Betrachten Sie noch einmal das Korrespondenzproblem K aus der Vorlesung:

$$\begin{array}{lll} x_1 = 1 & x_2 = 10 & x_3 = 011 \\ y_1 = 101 & y_2 = 00 & y_3 = 11 \end{array}$$

(a) Geben Sie die Formeln F_1, F_2, F_3 und F_K wie in der Vorlesung an.

(b) Geben Sie an, welche geschlossenen Formeln der Form $P(s,t)$ aus F_1 und F_2 folgen.

(c) Zeigen Sie, dass $F_1 \wedge F_2 \to F_3$ unabhängig von der zugrundeliegenden Struktur wahr ist.

2. Aufgabe: Zeigen Sie, dass folgendes Problem unentscheidbar ist:
Eingabe: Die Beschreibung eines Algorithmus' A.
Gefragt: Stoppt A nach endlicher Zeit, wenn A auf seiner eigenen Beschreibung als Eingabe gestartet wird?

3. Aufgabe: Zeigen Sie, dass das Post'sche Korrespondenzproblem über dem einelementigen Alphabet entscheidbar ist.

Hinweis: Ist das Post'sche Korrenspondenzproblem $(x_1, y_1), \dots, (x_k, y_k)$ gegeben, so gibt es keine Lösung, falls

$$|x_i| \gneqq |y_i| \ \forall i \in \{1, \dots, k\} \quad \text{bzw.} \quad |x_i| \lneqq |y_i| \ \forall i \in \{1, \dots, k\}$$

gilt. Dabei bezeichne $|\cdot|$ die Anzahl der Zeichen.

4. Aufgabe: Zeigen Sie, dass das *Gültigkeitsproblem* (und damit auch das *Erfüllbarkeitsproblem*) der Prädikatenlogik bereits für Formeln ohne Funktionssymbole *unentscheidbar* ist.

5. Aufgabe: Zeigen Sie, dass die folgende Variante des Post'schen Korrespondenzproblemes entscheidbar ist.
Gegeben sei eine endliche Folge von Wortpaaren $(x_1, y_1), \dots, (x_k, y_k)$, wobei $x_i,\ y_i \in \{0,1\}^+$. Gibt es Folgen von Indizes $i_1, i_2, \dots, i_n,\ n \geq 1$, und $j_1, j_2, \dots, j_m,\ m \geq 1$ mit $x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_n} = y_{j_1} y_{j_2} \dots y_{j_m}$?

6. Aufgabe: Zeigen Sie, dass das Post'sche Korrespondenzproblem *semientscheidbar* ist. Das heißt, es ist zu zeigen, dass es einen Algorithmus gibt, der jedes lösbare Post'sche Korrespondenzproblem als lösbar erkennt.

7. Aufgabe: Zeigen Sie, dass folgendes Korrespondenzproblem eine Lösung besitzt:

$$\begin{array}{llll} x_1 = 001 & x_2 = 01 & x_3 = 01 & x_4 = 10 \\ y_1 = 0 & y_2 = 011 & y_3 = 101 & y_4 = 001 \end{array}$$

Achtung: die kürzeste Lösung besteht aus 66 Indizes. Ohne Computereinsatz kann man dieses Problem jedoch auch „von Hand“ lösen, wenn man die Lösung rückwärts aufbaut.

Hinweis: offensichtlich ist der letzte Index $i_{66} = 3$, da nur x_3 und y_3 eine gemeinsame abschließende Bitfolge „01“ haben.