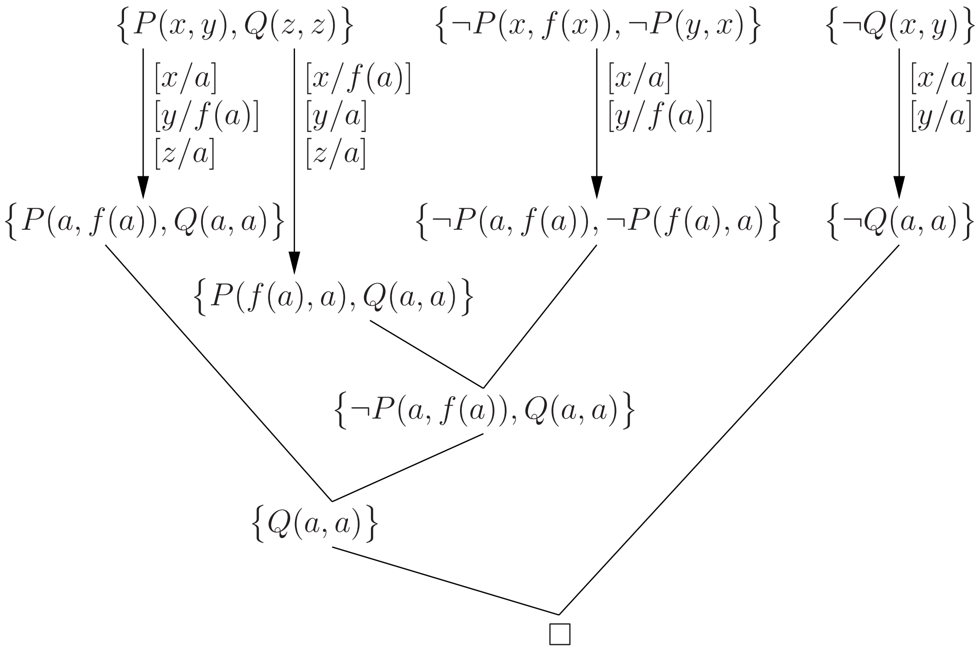
Prof. Dr. A. Goerdt
Julian Pape-Lange

TU Chemnitz
Wintersemester 2019/2020
10.01.2020

Theorie der Programmiersprachen

11. Übung

1. Aufgabe: Wir betrachten den folgenden Grundresolutionsbeweis.



Vollziehen Sie anhand des Beweises des Lifting-Lemmas nach, welcher prädikatenlogische Resolutionsbeweis hieraus entsteht.

2. Aufgabe: Beweisen Sie mittels *Grundresolution* und *prädikatenlogischer Resolution* die Unerfüllbarkeit der folgenden Formel.

$$F \;=\; \forall x \forall y \Big(\big(\neg P(x) \vee \neg P(f(a)) \vee Q(y)\big) \wedge P(y) \wedge \big(\neg P(g(b,x)) \vee \neg Q(b)\big)\Big)$$

Gegeben sei die Herbrandstruktur $\mathcal{A}$ mit

$$\begin{aligned} P^{\mathcal{A}} &= \{x \in D(F) \mid \text{Term } x \text{ enthält das Funktionssymbol } g\} \quad \text{und} \\ Q^{\mathcal{A}} &= \{x \in D(F) \mid x \neq b, x \neq a \ (x \text{ keine Konstante})\}. \end{aligned}$$

(a) Zeigen Sie durch „Hochgehen" im Beweis, dass $\mathcal{A}$ kein Modell für F ist.

(b) Wiederholen Sie den Zusammenhang zur Herbrandexpansion. Geben Sie $E(F)$ an und zeigen Sie, dass eine endliche Teilmenge von $E(F)$ existiert, die unerfüllbar ist.

3. Aufgabe: Geben Sie (bis auf Variablenumbenennungen) alle prädikatenlogischen Resolventen der beiden Klauseln K_1 und K_2 an.

$$\begin{aligned} K_1 &= \{\neg P(x,y),\ \neg P\big(f(a), g(u,b)\big),\ Q(x,u)\} \\ K_2 &= \{P\big(f(x), g(a,b)\big),\ \neg Q\big(f(a), b\big),\ \neg Q(a,b)\} \end{aligned}$$

4. Aufgabe: Zeigen Sie mittels *prädikatenlogischer Resolution*, dass sowohl

$$F = \forall x\big(\neg P(x) \wedge P(f(a))\big)$$

als auch

$$G = \forall x\Big(\Big(\big(P(f(x)) \rightarrow P(x)\big) \wedge P(f(f(a)))\Big) \wedge \neg P(a)\Big)$$

unerfüllbar sind.

5. Aufgabe: Die Menge $Res^*(F)$ ist die Menge aller Klauseln die sich durch iterierte Resolution aus F ergeben. Bei endlichen aussagenlogischen Klauselmengen F ist $Res^*(F)$ immer eine endliche Menge. Die Menge $Res^n(F)$ ist die Menge aller Klauseln, die sich durch maximal n Resolutionsschritte aus F ergeben.
Man gebe eine endliche prädikatenlogische Klauselmenge F an, so dass für alle n gilt:

$$Res^n(F) \neq Res^*(F).$$

6. Aufgabe:
Bei der Aussagenlogischen *N-Resolution* dürfen zwei Klauseln nur dann resolviert werden, wenn eine Klausel nur negierte Literale enthält.

(a) In der Vorlesung wurde bereits die Vollständigkeit der *P-Resolution* gezeigt. Machen Sie sich klar, dass der Beweis auf die Vollständigkeit der N-Resolution übertragbar ist.

(b) Weisen Sie die Unerfüllbarkeit der Formel

$$F = (\neg B \vee C) \wedge (A \vee B) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee \neg C)$$

durch N-Resolution nach, indem sie den Beweis der Vollständigkeit anwenden.