Prof. Dr. A. Goerdt
Julian Pape-Lange

TU Chemnitz
Wintersemester 2019/2020
21.11.2019

Theoretische Informatik I

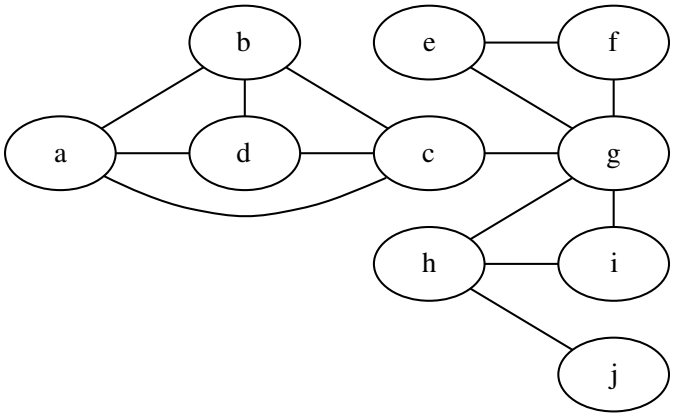
6. Übung

Abgabe: Lösen Sie die Aufgabe **1a, 1b und 2**. Ihre Lösungen geben Sie bitte entweder

- vor oder nach der Vorlesung am 26.11.2019 oder
- bis zum 26.11.2019 um 13:00 Uhr per Mail
  an `julian.pape-lange@informatik.tu-chemnitz.de`
  mit *Betreff:* `TI1 Hausaufgaben`

ab.

1. Aufgabe: ((2+2+0)P)
Der folgende Graph G sei Ihnen in Adjazenzlistendarstellung gegeben. Dabei sind alle Listen *alphabetisch* geordnet.



(a) Bestimmen Sie den l-Wert (=*low*-Wert) jedes Knotens. Führen Sie dazu die modifizierte Tiefensuche durch und beginnen Sie bei Knoten c.

(b) Begründen Sie anhand des *low*-Wertes, welche Knoten Artikulationspunkte sind.

(c) Geben Sie die zweifachen Zusammenhangskomponenten des Graphen so aus, wie es der Algorithmus der Vorlesung tut.

2. Aufgabe: ((2+2+2)P) Sei $G = (V, E)$ ein beliebiger ungerichteter Graph. *Widerlegen* Sie die folgenden Aussagen. Geben Sie dazu Beispielgraphen mit den dazugehörigen Tiefensuchbäumen sowie den d, f und *low*-Werten an.

(a) *Alle* Knoten *einer* zweifachen Zusammenhangskomponente haben immer den gleichen *low*-Wert.

(b) *Verschiedene* Artikulationspunkte haben stets verschiedene *low*-Werte.

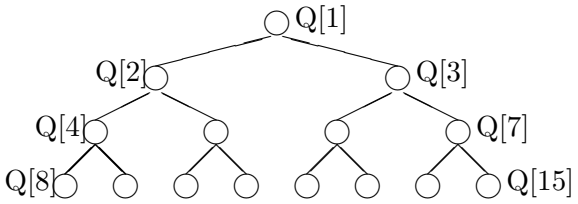
(c) Knoten in *verschiedenen* Komponenten haben immer verschiedene *low*-Werte.

3. Aufgabe: Wir betrachten einen Heap, der in einem Array $Q[1..n]$ implementiert ist. Zeigen Sie folgende *Vater-Sohn-Beziehung*:

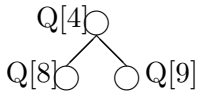
> Steht in einem Heap ein Element an Position i, dann steht der linke Sohn des Elements an Position $2 \cdot i$ und der rechte Sohn an Position $2 \cdot i + 1$.

4. Aufgabe: Zeigen Sie, dass der folgende Algorithmus die Laufzeit $O(n)$ hat.

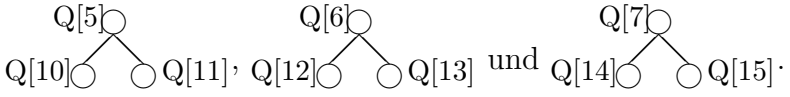
> Gegeben sei ein Feld $Q[1..n]$ von Elementen. Wir wollen aus Q einen *Heap* aufbauen. Wir nehmen $n = 2^k - 1$ an und betrachten Q als Baum (z. B. $k = 4$):



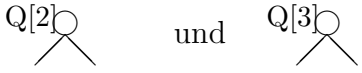
> Der Heap wird nun *bottom-up* aufgebaut. Das heißt, zuerst wird in dem Teil



> die Heap-Eigenschaft hergestellt, indem $Q[4]$ an die richtige Stelle sickert. Genauso verfahren wir mit den Teilen



> Danach lassen wir $Q[2]$ bzw. $Q[3]$ an die richtige Stelle sickern, um in den Teilbäumen



> die Heapeigenschaft herzustellen. Schließlich entsteht durch Sickern von $Q[1]$ ein korrekter Heap.

Hinweis: Überprüfen Sie, wie oft ein Knoten aus Ebene i maximal sickern kann, bis er an der richtigen Stelle steht. Summieren Sie diesen Wert über alle Knoten. Die entstehende Summenformel kann auf eine geometrische Reihe zurückgeführt werden, wenn man die Ungleichung $i < 1,5^i$ benutzt.