Prof. Dr. A. Goerdt
Julian Pape-Lange

TU Chemnitz
Wintersemester 2019/2020
09.01.2018

Theoretische Informatik I

10. Übung

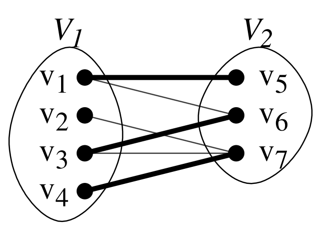
Abgabe: Lösen Sie die Aufgabe **1 bis 3**. Ihre Lösungen geben Sie bitte entweder

- vor oder nach der Vorlesung am 07.01.2020 oder
- bis zum 07.01.2020 um 13:00 Uhr per Mail
  an `julian.pape-lange@informatik.tu-chemnitz.de`
  mit *Betreff:* `TI1 Hausaufgaben`

ab.

1. Aufgabe: (4P)
Gegeben sei ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ und Knoten $u, v \in V$. Weiterhin sei M eine Menge von *Wegen* vom Knoten u zum Knoten v, die jeweils *kantendisjunkt* zueinander sind.
Geben Sie einen Algorithmus an, der eine solche Menge M bestimmt. Die Größe der Menge M soll dabei *maximal* sein.

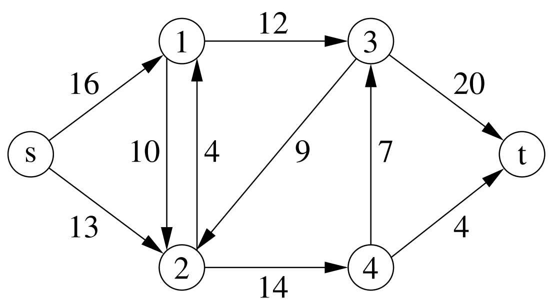
2. Aufgabe: (3P)
Ein *Matching* in einem ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ ist eine Teilmenge von Kanten $M \subseteq E$, so dass gilt: Die Kanten aus der Teilmenge M haben keinen gemeinsamen Knoten. Ein Matching M hat die *maximale Größe*, wenn es kein Matching M' mit $|M'| > |M|$ gibt.



In bipartiten Graphen $G = (V_1 \cup V_2, E)$, wie im obigen Bild, läßt sich ein solches *Matching maximaler Größe* mit Hilfe des Algorithmus von *Ford-Fulkerson* bestimmen.
Geben Sie eine Konstruktion für ein Flussnetzwerk an, in dem der maximale Fluss der Größe eines maximalen Matchings entspricht.

3. Aufgabe: (3P)
Sei $G = (V_1 \cup V_2, E)$ ein bipartiter Graph, dessen Knotenmengen V_1 bzw. V_2 *Personen* bzw. *Jobs* darstellen. Eine Kante zwischen einer *Person* und einem *Job* symbolisiert, dass die Person die entsprechende Tätigkeit ausüben kann. Ziel ist es, soviele Jobs wie möglich abzudecken. Dabei können jeder Person bis zu *zwei* Tätigkeiten gleichzeitig zugemutet werden.
Lösen Sie das Problem mit Hilfe von Flussalgorithmen. Stellen Sie das entsprechende Netzwerk dar und erklären Sie, warum es geeignet ist.

4. Aufgabe:
Wir betrachten noch einmal den Graphen aus Übung 9:



Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Edmonds und Karp den maximalen Fluss.
Geben Sie außerdem einen Schnitt an, dessen Kapazität dem maximalen Fluss entspricht.

5. Aufgabe:
Geben Sie einen Graphen an, in dem es mehrere Schnitte mit minimaler Kapazität gibt.