

Hier sehen die das Grundschema, mittels dem man aus vorhandenen Funktionen  $g, h$  eine neue primitiv-rekursive Funktion  $f$  definieren kann:

```
1 def f(t,x):
2   temp = g(x)
3   for i in range(t):
4     temp = h(temp, i, x)
5   return temp
```

**Problem 1.** Demonstrieren Sie anhand der Funktion  $t!$  (**factorial**), wie man dieses Schema einsetzt.

**Problem 2.** Erinnern Sie sich an die Fibonacci-Reihe

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

Wie können Sie die Funktion  $n \mapsto F_n$  primitiv-rekursiv implementieren? Was ist hierbei die Schwierigkeit?

**Problem 3.** Ich definiere jetzt etwas ähnliches wie die Fibonacci-Reihe:

$$G_n := \begin{cases} n & \text{if } n = 0, 1, 2 \\ G_{n-1} + G_{n-3} & \text{else.} \end{cases}$$

Können Sie das primitiv-rekursiv berechnen?

**Problem 4.** Ich mache es jetzt noch schwieriger:

$$H_n := \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0 \\ H_{n-1} + H_{\lfloor n/2 \rfloor} & \text{else.} \end{cases}$$

Wie geht das? Geht das mit dem selben Trick? Mit einem anderen Trick?

**Problem 5.** Erinnern Sie sich an die Péter-Ackermann-Funktion  $A_m(n)$ :

$$A(m, n) := \begin{cases} n + 1 & \text{if } m = 0, \\ A(m - 1, 1) & \text{if } m \geq 1, n = 0 \\ A(m - 1, A(m, n - 1)) & \text{if } m, n \geq 1 . \end{cases}$$

Können Sie skizzieren, wie man diese Funktion ohne Rekursion mithilfe einer `while`-Schleife berechnen kann, beispielsweise in Python?

**Problem 6.** Skizzieren Sie eine Turing-Maschine, die die Ackermann-Funktion berechnet. Verwenden Sie so viele Bänder, wie Sie wollen. Wie codieren Sie die Eingabe  $(m, n)$ ?

**Problem 7.** Im Kapitel über Boolesche Schaltkreise haben wir die Majority-Funktion  $\text{Maj}_n(x_1, \dots, x_n)$  definiert. Erklären Sie, wie Sie einen Schaltkreis für  $\text{Maj}_n$  bauen würden. Sie dürfen gerne mit einem “schlechten” Schaltkreis anfangen.