

EDM erste Woche

Methoden:

- Abzählen:

– Summenregel: $\left| \bigcup_{i=1}^n S_i \right| = \sum_{i=1}^n |S_i|$ für disjunkte S_i ,

– Produktregel: $|S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n| = \prod_{i=1}^n |S_i|$,

– Abzählregel: Falls es Bijektion zwischen S und T gibt, so gilt $|S| = |T|$,

- zweifaches Abzählen (Inzidenzsystem) $\sum_{a \in S} r(a) = \sum_{b \in T} r(b)$,

Dabei sind $r(a)$ bzw. $r(b)$ die Anzahlen der zu a bzw. b inzidenten Elemente aus T bzw. S .

- Schubfachschluss (sind auf n Schubfächer mehr als kn Dinge verteilt, gibt es eines mit mehr als k Dingen),
- Ausschluss der Existenz eines kleinsten Gegenbeispiels,
- unendlicher Abstieg (wenn Gegenbeispiel dann auch kleineres),
- Vollständige Induktion.

Zählkoeffizienten (hier $N = \{1, 2, \dots, n\}$):

- $\binom{n}{k}$: Anzahl der k -elementigen Teilmenge einer n -elementigen Menge,
- $P_{n,k}$: Anzahl der Zerlegungen von n in k positive ganze Summanden,
- $S_{n,k}$: Stirling-Zahl 2.Art, Anzahl der Mengenpartitionen von N in k disjunkte Blöcke,
- $s_{n,k}$: Stirling-Zahl 1.Art, Anzahl der Permutationen von N mit k Zyklen.

Abzählformeln (Menge N von Murmeln auf Menge R von Urnen aufteilen):

$n := N , r := R $	beliebig	injektiv ($r \geq n$)	surjektiv ($r \leq n$)	bijektiv ($r = n$)
N unterscheidbar R unterscheidbar	r^n (allgemeine Abbildungen)	r^n (injektive Abbildungen)	$r! S_{n,r}$ (surjektive Abbildungen)	$r! = n!$ (Perm.)
N nicht untersch. R nicht untersch.	$\frac{r^n}{n!}$ (n -Multimengen über r Elementen)	$\binom{r}{n}$ (r aus n wählen)	$\binom{n-1}{r-1}$ (geordnete Zahl- k -Partition)	1
N unterscheidbar R nicht untersch.	$\sum_{k=1}^r S_{n,k}$ (alle Mengen- k -Partitionen)	1	$S_{n,r}$ (Mengen- r -Partitionen)	1
N nicht untersch. R nicht untersch.	$\sum_{k=1}^r P_{n,k}$ (alle Zahl- k -Partitionen)	1	$P_{n,r}$ (Zahl- r -Partitionen)	1