EDM, dritte Woche

Differenzenrechnung. Notation:

- Operatoren binden stärker als Funktionen, d.h. wenn O ein Operator ist und f eine Funktion ist, so sei $Of(x) := (Of)(x)$.
- Ist OA für einen Operator O und einen Folgeausdruck A nicht definiert, da kein Aunfangsstück von A eine Funktion beschreibt, so bezeichne dies die Kurzschreibweise für $O(x \mapsto A)(x)$. In der Vorlesung sollte diese Kurzschreibweise nur selten auftauchen.
- Translationsoperator $E^a : (x \mapsto f(x)) \mapsto (x \mapsto f(x+a))$
- $E := E^1$
- $I := E^0$
- Vorwärtsdifferenzoperator $\triangle := E - I$, d.h. $\triangle f(x) = f(x+1) - f(x)$

  Beispiel: $\triangle(x \mapsto x^2) = x \mapsto (x+1)^2 - x^2$,

  Kurzschreibweise: $\triangle x^2 = (x+1)^2 - x^2$
- Rückwärtsdifferenzoperator $\bigtriangledown := I - E^{-1}$, d.h. $\bigtriangledown f(x) = f(x) - f(x-1)$
- f heißt diskrete Stammfunktion von g, falls $\triangle f = g$.
- $f = \sum g :\Leftrightarrow \triangle f = g$, in diesem Falle ist f eine unbestimmte Summe.
- $\sum\limits_{k=a}^{b-1} g(k) =: \sum\limits_a^b g = f(x)|_a^b = f(b) - f(a)$

  Der hier definierte Ausdruck $\sum\limits_a^b g$ ist der bestimmte Summenoperator (nicht zu verwechseln mit der normalen endlichen Summe, da kein Summationsindex angegeben ist). Man beachte, dass seine obere Grenze um 1 größer als die Summationsobergrenze in der ihn definierenden endlichen Summe ist. Man könnte es so interpretieren, dass der bestimmte Summenoperator über alle ganzen Zahlen des halboffenen Intervalls $[a, b)$ läuft, was analog dem Lebesgue-Integral ist.