Übungen zur Vorlesung

Einführung in die diskrete Mathematik

Aufgabenblatt 9

Aufgabe 1 (3+1 Punkte).

Sei G ein Graph mit n Knoten und $q > \binom{n-1}{2}$ Kanten. Zeigen Sie, dass G zusammenhängend ist. Stimmt die Aussage auch für $q = \binom{n-1}{2}$? Wenn ja, bitte beweisen, wenn nicht bitte ein Gegenbeispiel angeben.

Aufgabe 2 (2 Punkte).

Zeigen Sie, dass ein Baum mit maximalem Knotengrad Δ mindestens Δ Knoten vom Grad 1 hat.

Aufgabe 3 (3 Punkte).

Es sei ein zusammenhängender Graph $G = (V, E)$ gegeben. Für einen Knoten $u \in V$ ist dessen Exzentrizität definiert über

$$e(u) := \max\{d(u, v) \mid v \in V\}.$$

Des Weiteren sind der Radius $r(G)$ und das Zentrum $Z(G)$ eines Graphen G definiert über

$$r(G) := \min\{e(v) \mid v \in V\}, \quad Z(G) := \{v \in V \mid e(v) = r(G)\}.$$

Zeigen Sie, dass das Zentrum eines Baumes entweder aus einem Knoten oder zwei benachbarten Knoten besteht.

Aufgabe 4 (2+1 Punkte).

Gegeben sei ein vollständiger Graph auf den Knoten $\{1, \ldots, n\}$ mit Kantengewichten $\omega(\{i, j\}) = i + j$. Bestimmen Sie einen minimalen Spannbaum und berechnen Sie dessen Gewicht. Ist der Baum eindeutig bestimmt?

Abgabetermin: 12.12.2019 zu Beginn der Lehrveranstaltung